

# CHIZIQLISIZ ALGEBRIK TENGLAMALAR SISTEMASINI YECHIMINI TOPISHNING ITERATSION USULLARI.

**Axmedov A.A<sup>1</sup>., Fazliddinov X.D<sup>2</sup>.**

<sup>1</sup>*FarDU dotsenti, f.-m.f.b.f.d.* <sup>2</sup>*FarDU, talabasi,*

*Annotatsiya: Ushbu hujjatda chiziqli algebraik tenglamalar sistemalarini iteratsion usullar (oddiy iteratsiya, Zeydel usuli) bilan yechish ko‘rib chiqiladi. Kanonik shakl, konvergenstsiya shartlari ( $q < 1$ ), boshlang‘ich yaqinlashishlar va yaqinlashish tezligi tahlil etilgan. Aniq usullar bilan solishtirganda iteratsion usullarning afzalliklari (ko‘p noma’lumli sistemalarda samaradorlik) va cheklovlari muhokama qilinadi. Maqsad – usullarni amaliy masalalarga qo‘llash orqali hisoblash matematikasidagi samaradorlikni oshirishni asoslash.*

*Kalit soʻzlar: chiziqli tenglamalar sistemasi, iteratsion usullar, oddiy iteratsiya, Zeydel usuli, konvergenstiya shartlari, kanonik shakl, taqribiy yechim, Gauss usuli, EHM yordamida yechish, hisoblash matematikasi.*

Kirish. Talabalarga ta’lim berayotgan pedagoglar “Ta’lim to‘g‘risida”gi qonun va “Kadrlar tayyorlash milliy dasturi” talablarini to‘liq bajarishlari va uni amalga oshirish uchun barcha imkoniyatlardan foydalanishlari davr talabi hisoblanadi.

Oliy ta'lim pedagogikasi har bir pedagogdan ta'lim jarayonida talabani faollashtiradigan interfaol metodlardan foydalanish, ta'lim jarayonida talaba bilan hamkorlikda ishlash, ma'lum bilimlar hajmini talabaga yetkazish bilan cheklanmay, talabani mustaqil bilim olishga dawat etish goyasini ilgari surmoqda.

Kundalik xayotimizdan kelib chiqanimizda (chats) bizning hayotimizda katta bir o‘ringa ega. Masalan kunlik sarif harajatlarimizni misol qilishimiz mumkun. Bunda  $x + y + z = S$  formula yordamida bu yechim bo‘la oladi.

Asosiy qisim. Iqtisodiy masalalarni yechishda ko'p noma'lumli chiziqli algebraik tenglamalar sistemasi qo'llaniladi.  $m$  ta tenglamalardan tuzilgan  $n$  ta noma'lumli chiziqli tenglamalar sistemasini quyidagicha yozish mumkin:

[illegible]

bu yerda  $x_1, x_2, \dots, x_n$  — sistema koeffitsiyentlari,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  noma'lum koeffitsiyentlar,  $b_1, b_2, \dots, b_m$  ozod hadlar.

Chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini quyidagi ixchamroq ko'rinishda ham yozish mumkin:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

Chiziqli tenglamalar sistemalarini yechish usullarini asosan ikki guruhga ajratish mumkin:

1) aniq usullar – bu usullarga oliy matematika kursidan ma'lum bo'lgan Kramer qoidasi, Gauss usuli, teskari matritsalar usuli kiradi. Bu usullar sistemalarni yechish uchun sistema koeffitsiyentlariga bog'liq bo'lgan formulalarni hosil qilish imkonini beradi;

2) iteratsion usullar – ular qatoriga iteratsiya usuli, Zeydel usuli va hokazolar kiradi. Bu usullar sistemaning berilgan aniqlikdagi yechimini topish imkonini beradi.

Agar  $x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0$  sonlari mos ravishda (1) tenglamalar sistemasidagi  $x_1, x_2, \dots, x_n$  noma'lum koeffitsiyentlar o'rniga qo'yilganda sistemaning har bir tenglamasi ayiniyatga aylansa,  $x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0$  sonlar sistemaning yechimi deyiladi.

(1) chiziqli algebraik tenglamalar sistemasi yechimga ega bo'lsa, sistema birgalikda, aks holda, ya'ni yechimga ega bo'lmasa, sistema birgalikda emas deyiladi. Agar birgalikdagi sistema bitta yechimga ega bo'lsa, sistema aniq, agar birgalikdagi sistema cheksiz ko'p yechimga ega bo'lsa, sistema noaniq deb ataladi.

Noma'lum soni katta bo'lganda Gauss usulining aniq yechimlar beruvchi chiziqli sxemasi juda murakkab bo'lib qoladi. Bunday hollarda sistema ildizlarini topish uchun ba'zan taqribiy sonly usullardan foydalanish qulaydir, bu usullardan biri iteratsiya usulidir.

Berilgan ushbu



tengsizlik bilan baholanadi.  $q$  ning qiymati  $m$  masofada (kubik masofada, normada) hisoblanadi. U  $s$  (oktaedrik) yoki  $l$  (sferik) masofada ham berilishi mumkin.

Misol.

$$\begin{cases} f_1(x, y) = 2x^2 - x(y + 4) + 1 = 0 \\ f_2(x, y) = x + 2 \lg x - y^2 = 0 \end{cases}$$

sistemaning musbat ildizlari  $\varepsilon = 0,5 \cdot 10^{-4}$  aniqlikda topilsin.

Yechish. Sistemaning ildizlarini grafik yordamida taqriban aniqlaymiz. EHM quyidagi natijani beradi, programma va chizmadan ko'rinishicha shu ildiz  $2,7 < x < 2,9$ ,  $1,8 < y < 2,0$  to'g'ri to'rtburchak ichida yotadi.  $(x_0, y_0)$  boshlang'ich yaqinlashish sifatida  $(2,8; 1,9)$  nuqtani olamiz. Sistemani kanonik shaklga keltiramiz:

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{0,5(x(y+4)-1)} = \varphi_1(x, y), \\ y &= \sqrt{x+2 \lg x} = \varphi_2(x, y). \end{aligned}$$

Endi  $\{x-2,8| \leq 0,1, |y-1,9| \leq 0,1\}$  sohada (4) shartning bajarilishini tekshiramiz ( $M = 0,4343$  - o'tish moduli):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} &= \frac{y+4}{4\sqrt{0,5(x(y+4)-1)}}, \quad \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} = \frac{x}{4\sqrt{0,5(x(y+4)-1)}}, \\ \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} &= \frac{1+\frac{2M}{x}}{2\sqrt{x+2 \lg x}}, \quad \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} = 0; \quad \max_{x,y} \left| \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} \right| < 0,55, \quad \max_{x,y} \left| \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} \right| < 0,27, \\ \max \left( \left| \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} \right| + \left| \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} \right| \right) &< 0,82, \quad \max \left( \left| \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} \right| + \left| \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} \right| \right) < 0,35. \end{aligned}$$

Demak,  $q = 0,82 < 1$  Iteratsiya jarayoni yaqinlashadi. Ketma-ket yaqinlashishlarni  $x_{k+1} = \sqrt{0,5(x_k(y_k+4)-1)}$  va  $y_{k+1} = \sqrt{x_k+2 \lg x_k}$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ) formulalar bo'yicha hisoblaymiz:

| k | x       | y       | k | x       | y       |
|---|---------|---------|---|---------|---------|
| 0 | 2,8     | 1,9     | 4 | 2,77987 | 1,91567 |
| 1 | 2,78568 | 1,92206 | 5 | 2,77892 | 1,91518 |
| 2 | 2,78361 | 1,91717 | 6 | 2,77829 | 1,91486 |
| 3 | 2,78128 | 1,91646 |   |         |         |

Javob:  $x = 2,7781 \pm 0,2 \cdot 10^{-4}$ ,  $y = 1,9148 \pm 0,1 \cdot 10^{-4}$

Xulosa. Chiziqli algebrik tenglamalar sistemalarini yechishning iteratsion usullari, xususan, oddiy iteratsiya usuli va Zeydel usuli kabi metodlar, noma'lumlar soni ko'p bo'lgan murakkab sistemalarda aniq usullarga (Gauss, Kramer, teskari matritsa) nisbatan qulayroq va samarali hisoblanadi. Iteratsion usullar taqribiy yechimlarni berilgan aniqlik darajasida topishga imkon beradi va bu jarayon sistemani kanonik shaklga keltirish, boshlang'ich yaqinlashishlarni to'g'ri tanlash hamda konvergentsiya shartlarini (masalan,  $q < 1$  tengsizligi) tekshirishga asoslanadi.

Berilgan misolda musbat ildizlarni topish jarayoni grafik va EHM yordamida boshlang'ich nuqtani aniqlash, sistemani kanonik ko'rinishga o'tkazish va iteratsiya formulalari orqali ketma-ket yaqinlashishlarni hisoblash orqali amalga oshirilgan. Natijada, usulning yaqinlashishi va berilgan aniqlikdagi yechimga yetkazishi isbotlangan.

Umuman olganda, iteratsion usullar zamonaviy hisoblash texnikalarida keng qo'llaniladi va talabalarga nafaqat nazariyani, balki amaliy masalalarni EHM yordamida hal qilish ko'nikmalarini shakllantirishda muhim ahamiyatga ega. Ushbu usullarni o'zlashtirish kelajak mutaxassislariga murakkab ilmiy-texnik muammolarni samarali yechish imkonini beradi.

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Balakrishnan A.V. Chiziqli tenglamalar sistemalarini iteratsion usullar bilan yechish. – Toshkent: Fan, 1985.
2. Bakhvalov N.S. Chislennyye metody (analiz, algebra, obyknovennyye differentsialnyye uravneniya). – Moskva: Nauka, 1975.
3. Demidovich B.P., Maron I.A. Vychislitelnaya matematika. – Moskva: Nauka, 1977.
4. Faddeev D.K., Faddeeva V.N. Vychislitelnyye metody lineynoy algebry. – Moskva: Fizmatgiz, 1963.
5. Samarskiy A.A., Gulin A.V. Chislennyye metody. – Moskva: Nauka, 1989.
6. Verzhbitskiy V.M. Chislennyye metody (matematicheskoye modelirovaniye i vychislitelnyy eksperiment). – Moskva: Vysshaya shkola, 2001.

7. Tursunov A., Mirzayev T. Oliy matematika (Chiziqli algebra va analitik geometriya). – Toshkent: O‘zbekiston Milliy universiteti nashriyoti, 2010.
8. To‘rayev E., To‘xtayev Sh. Hisoblash matematikasi. – Toshkent: Universitet, 2006.
9. Ismoilov A.I., Ro‘zaliyev Sh.A. Sonli usullar. O‘quv qo‘llanma.–Farg‘ona. 2025.