ma’lumotlarni ishonchli saqlash, tezkor qayta ishlash va xavfsiz foydalanishni ta’minlaydi.

Zamonaviy MBBTlar rivojlanishi bilan axborot tizimlarining samaradorligi oshib, turli sohalarda raqamlashtirish jarayonlari jadallashmoqda. Kelajakda MBBTlar sun’iy intellekt va katta ma’lumotlar texnologiyalari bilan yanada integratsiyalashib, yangi imkoniyatlarni yaratishi kutilmoqda.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Tojimamatov, I. N. (2023). NOSQL MA’LUMOTLAR BAZASI: TANQIDIY TAHLIL VA TAQQOSLASH. IJODKOR O‘QITUVCHI, 3(28), 134–146.

2. Tojimamatov, I. N., & Doniyorbek, A. (2023). KATTA HAJMLI MA’LUMOTLAR AFZALLIKLARI VA KAMCHILIKLARI. OBRAZOVANIE NAUKA I INNOVATSIONNYE IDEI V MIRE, 18(6), 66–70.

3. Tojimamatov, I. N., Topvoldiyeva, H., Karimova, N., & Inomova, G. (2023). GRAFIK MA’LUMOTLAR BAZASI. Евразийский журнал технологий и инноваций, 1(4), 75–84.

4. Tojimamatov, I. N., Olimov, A. F., Khaydarova, O. T., & Tojiboyev, M. M. (2023). CREATING A DATA SCIENCE ROADMAP AND ANALYSIS. PEDAGOGICAL SCIENCES AND TEACHING METHODS, 2(23), 242–250.

5. Tojimamatov, I. N., & Azizjon o‘g‘li, N. A. Z. (2024). The SQL server language and its structure. American Journal of Open University Education, 1(1), 11–15.

6. Tojimamatov, I. N., & Usmonova, S. (2023). DATA MINING MASALALARI VA ULARNING YECHIMLARI. “TRENDS OF MODERN SCIENCE AND PRACTICE”, 1(2), 60–63.

7. Tojimamatov, I. N., & Saidjamolova, B. M. (2023). BIZNESDA «BIG DATA» TEXNOLOGIYALARI VA ULARNING AHAMIYATI. Лучшие интеллектуальные исследования, 11(4), 56–63.

8. Tojimamatov, I. N., & Ne’matillayev, A. H. (2023). BIG DATA TEXNOLOGIYALARI VA UNING MUAMMOLARI. ОБРАЗОВАНИЕ НАУКА И ИННОВАЦИОННЫЕ ИДЕИ В МИРЕ, 19(1), 61–64.

MATRISANING XOS SON VA XOS VEKTORLARNI TOPISHNING SONLI USULLARI. A.N.KRILOV USULI

Marifjonova M.X.

FarDU talabasi, marifjonovamaxliyoxon@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu hujjatda matritsaning xos qiymatlari (xos sonlari) va xos vektorlarini topishning sonli usullari, xususan A.N.Krilov usuli ko'rib chiqiladi. Matritsaning oddiy strukturasi (simmetrik, ermit, normal matritsalar) ta'riflangan bo'lib, moduli bo'yicha eng katta xos qiymatni va unga mos xos vektorni darajali (iteratsion) metod yordamida taxminiy hisoblash jarayoni batafsil tahlil etilgan. Xarakteristik determinant, ko'phad va tenglamalarni yechish usullari, shuningdek, xos vektorlarni aniqlash misollari keltirilgan. Usullar oddiy strukturali matritsalar uchun konvergentsiya shartlari va samaradorligiga asoslangan bo'lib, aniq va taxminiy yechimlarni EHM yordamida topishga imkon beradi. Maqsad – chiziqli algebra va hisoblash matematikasidagi bu usullarni amaliy masalalarga (differensial tenglamalar, tebranishlar nazariyasi) qo'llash orqali talabalar ko'nikmalarini shakllantirishdir.

Kalit so'zlar: matritsa xos qiymatlari, xos vektorlari, oddiy struktura, darajali metod, xarakteristik determinant, xarakteristik ko'phad, iteratsion usullar, A.N.Krilov usuli, simmetrik matritsa, ermit matritsa, normal matritsa, konvergentsiya shartlari, taxminiy yechim, EHM yordamida hisoblash, chiziqli algebra.

Tarif. *Agar n-tartibli A kvadrat matritsa n ta chiziqli erkli xos vektorlarga ega bo'lsa, bunday matritsa oddiy strukturaga ega deyiladi.*

Chiziqli algebradan ma'lumki, matritsalarning quyidagi sinflari oddiy strukturaga ega:

1. Simmetrik matritsa, chunki uning xos qiymatlari haqiqiy sonlar bo'lib, xos vektorlardan tuzilgan ortogonal bazis mavjuddir.

2. Ermit matritsasi, uning barcha xos sonlari haqiqiy bo'lib, xos vektorlaridan mos ravishda n o'lchovli kompleks fazoda ortanormallashtirilgan bazis tuzish mumkin.

3. Normal matritsa. Agar matritsa o'zining qo'shmasi A* bilan kommutativ, ya'ni AA* = A*A bo'lsa, u holda A matritsa normal deyiladi.

Umuman olganda, bu uchta sinfga tegishli matritsalardan tashqari oddiy strukturaga ega bo'lgan boshqa matritsalar ham mavjud.

Biz avval moduli bo‘yicha eng katta xos son va unga mos keladigan xos vektorni topamiz.

1. Eng katta xos son va unga mos keladigan xos vektorni topishda darajali metod.

Faraz qilaylik, A matritsa oddiy strukturaga ega va uning xos sonlari $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n$ bo‘lib, ularga mos keladigan chiziqli erkli xos vektorlar $\chi^{(1)}, \chi^{(2)}, ..., \chi^{(n)}$ bo‘lsin. Bu yerga to‘rt xolni ko‘rib chiqamiz:

1-hol. A matritsaning xos sonlaridan bittasi moduli bo‘yicha eng katta bo‘lsin. Umumiylikka zarar yetkazmasdan xos sonlar quyidagi tartibda joylashgan deb faraz qilishimiz mumkin:

$$|\lambda_1| > |\lambda_2| \geq |\lambda_3| \geq ... \geq |\lambda_n|.$$

Biz λ_1 ning taqribiy qiymatini topish usulini ko‘rsatamiz. Ixtiyoriy nolga teng bo‘lmagan vektorni olib, uni A matritsa xos vektorlari bo‘yicha yoyamiz:

$$\gamma^{(0)} = b_1\chi^{(1)} + b_2\chi^{(2)} + ... + b_n\chi^{(n)}.$$

Bu yerda b_i lar o‘zgarmas sonlar bo‘lib, ayrimlarining nol bo‘lishi ham mumkin.

$A = [a_{ij}]$ — haqiqiy elementlarga ega bo‘lgan nnn-tartibli kvadrat matritsa va λ — biror-bir noma’lum son bo‘lsin. U holda (A−λE) matritsa A matritsaning xarakteristik matritsasi deyiladi, bunda E — n-tartibli birlik matritsa.

Xarakteristik matritsa:

$$A - \lambda E = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{1n} \\ sa_{21} & a_{22} - \lambda & a_{23} & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & a_{nn} - \lambda \end{vmatrix}$$

ko‘rinishga ega. Bu matritsaning determinanti xarakteristik determinant deyiladi va u quyidagicha yoziladi:

Xarakteristik determinant det $A - \lambda E$ yoyib yozilganda u λ ga nisbatan n–tartibli ko‘phad bo‘ladi, chunki bu determinantni hisoblaganda, uning bosh diagonalidagi elementlarning ko‘paytmasi eng katta hadi $(-1)^n\lambda^n$ ga teng bo‘lgan ko‘phadni beradi, ya’ni

$$D(\lambda)=(-1)^n[\lambda^n-p_1\lambda^{n-1}+p_2\lambda^{n-2}-\cdots+(-1)^n p_n]$$

ko‘phad $D(\lambda)=(-1)^n[\lambda^n-p_1\lambda^{n-1}+p_2\lambda^{n-2}-\cdots+(-1)^n p_n]$ A matritsaning xarakteristik ko‘phadi, uning ildizlari $\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_n$ (ular haqiqiy, yoki kompleks bo‘lishi mumkin) esa A matritsaning xarakteristik sonlari yoki xos qiymatlari deyiladi. Sonlar $p_1,p_2,\ldots,p_n$ xarakteristik ko‘phad $D(\lambda)=(-1)^n[\lambda^n-p_1\lambda^{n-1}+p_2\lambda^{n-2}-\cdots+(-1)^n p_n]$ ning koeffitsientlari deyiladi. Nolga teng bo‘lmagan $X=(x_1,x_2,\ldots,x_n)$vektor A matritsaning xos vektori deyiladi, agar A matritsa X vektorni λX vektorga o‘tkazsa:

$$AX=\lambda X$$

bo‘lsa, boshqacha qilib aytganda A matritsaning X vektorga ko‘paytmasi va xarakteristik son λ ning X vektorga ko‘paytmasi aynan bir vektor bo‘lsa A matritsaning har bir xos qiymati λ_i ga o‘zining xos vektori $X_i (i=1,2,...,n)$mos keladi.

Xos vektorning koordinatalarini topish uchun quyidagi tenglamani tuzamiz: bu tenglama xarakteristik tenglama deyiladi. Uni ushbu ko‘rinishda yozamiz:

$$\begin{bmatrix} a_{11}-\lambda & a_{12} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22}-\lambda & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{nn}-\lambda \end{bmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

bunda ko‘paytirishni bajarib, bir jinsli tenglamalar hosil qilamiz:

$$\begin{cases} (a_{11}-\lambda)x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n=0 \\ a_{21}x_1+(a_{22}-\lambda)x_2+\cdots+a_{2n}x_n=0 \\ \cdots \\ a_{n1}x_1+a_{n2}x_2+\cdots+(a_{nn}-\lambda)x_n=0 \end{cases}$$

Sistema

$$\begin{cases} (a_{11}-\lambda)x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n=0 \\ a_{21}x_1+(a_{22}-\lambda)x_2+\cdots+a_{2n}x_n=0 \\ \cdots \\ a_{n1}x_1+a_{n2}x_2+\cdots+(a_{nn}-\lambda)x_n=0 \end{cases}$$

ning determinanti nolga teng bo‘ladi, chunki ana shu shartdan A matritsaning xos qiymatlari aniqlangan edi. Bu sistemani yechib, xos vektor X ning barcha koordinatalarini topamiz. Sistema

$$\begin{cases} (a_{11}-\lambda)x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = 0 \\ a_{21}x_1 + (a_{22}-\lambda)x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = 0 \\ \cdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + (a_{nn}-\lambda)x_n = 0 \end{cases}$$

ga ketma-ket $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n$ larni qo‘yish natijasida n ta xos vektorlarni topamiz.

Xos qiymat va xos vektorlarni hisoblash. Quyidagi matritsani qaraylik

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

va uning xos qiymatlari va xos vektarlarini topaylik. Qaralayotgan A matritsa uchun xarakteristik determinantni tuzib, uni yechamiz:

$$\begin{vmatrix} 3-\lambda & 1 \\ 2 & 4-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$\lambda^2 - 7\lambda + 10 = 0 \ \lambda_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49-40}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{7 \pm 3}{2},$$

$\lambda_1 = 5$ deb olamiz va sistema

$$\begin{cases} (a_{11}-\lambda)x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = 0 \\ a_{21}x_1 + (a_{22}-\lambda)x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = 0 \\ \cdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + (a_{nn}-\lambda)x_n = 0 \end{cases}$$

ga mos sistemani tuzamiz. Natijada:

$$\begin{aligned} &(3 - \lambda_1)x_1 + x_2 = 0 \\ &2x_1 + (4 - \lambda_1)x_2 = 0 \end{aligned}$$

sistemani hosil qilamiz. Bu tenglamalardan $x_2 = 2x_1$ tenglamaga keltiramiz, $x_1 = 1$ bo‘lsa, $x_2 = 2$ bo‘ladi. $\lambda_2 = 2$ deb olsak

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 = 0 \end{cases}$$

sistemani hosil qilamiz, bundan $x_2 = -x_1, x_1 = 1$ bo‘lsa, $x_2 = -1$ bo‘ladi.

Xarakteristik determinantni bevosita yoyish usuli. Dastlab, uchinchi tartibli matritsa misolida xarakteristik determinantni bevosita yoyish usuli orqali xarakteristik ko‘phadning koeffitsientlari qanday topilishini qaraymiz. So‘ngra bu natijani n–tartibli matritsa uchun umumlashtiramiz. Matritsa A va xarakteristik determinantni qaraylik xarakteristik determinantni uchburchaklar qoidasi bo‘yicha yoyamiz:

$$\det\ A-\lambda E\ = \begin{vmatrix} a_{11}-\lambda & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22}-\lambda & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33}-\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= (-1)^3[[\lambda^3 - \lambda^2(a_{11}+a_{22}+a_{33}) + \lambda\left(\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}\right) - \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}]]$$

yoki

$$\det\ A-\lambda E\ = (-1)^3(\lambda^3 - p_1\lambda^2 + p_2\lambda - p_3) = 0$$

bunda ρ_1 matritsaning diagonal elementlari yig‘indisi, u matritsaning o‘zi deyiladi va $S_p A$ orqali belgilanadi:

$$p_1 = S_A = a_{11} + a_{22} + a_{33}$$

ρ_2 koeffitsient A matritsaning barcha ikkinchi tartibli diagonal minorlarining yig‘indisiga teng:

$$p_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}$$

ikkinchi, uchinchi, n–tartibli diagonal minorlar deb, shunday minorlarga aytiladiki, ularning bosh diagonal elementlari A matritsa determinantining bosh diagonali elementlaridan iborat bo‘ladi. p_3 koeffitsient A matritsaning determinantiga teng bo‘ladi.

$$p_3 = \det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Umuman olganda, n–tartibli determinant $\det A-\lambda E$ ni n–tartibli ko‘phad ko‘rinishda $D(\lambda)=(-1)^n[\lambda^n-p_1\lambda^{n-1}+p_2\lambda^{n-2}-\dots+(-1)^n p_n]$ yozish talab qilingan bo‘lsin, bu holda $p_1,\dots,p_n$ koeffitsientlar quyidagi qoida bo‘yicha hisoblanadi:

$p_1=\sum_i a_{ii}=S_A$ matritsaning barcha diagonal elementlarining yig‘indisi;

$$p_2=\sum_{i<j}\begin{vmatrix} a_{ii} & a_{ij} \\ a_{ji} & a_{jj} \end{vmatrix}$$

matritsaning barcha ikkinchi tartibli diagonal elementlarining yig‘indisi;

$$p_3=\sum_{i<j<k}\begin{vmatrix} a_{ii} & a_{ij} & a_{ik} \\ a_{ji} & a_{jj} & a_{jk} \\ a_{ki} & a_{kj} & a_{kk} \end{vmatrix}$$

matritsaning barcha uchinchi tartibli diagonal minorlarining yig‘indisi va hokazo.

Nihoyat, p_n koeffitsient A matritsaning determinantiga teng:

$$p_n=\det A.$$

A matritsaning k–tartibli minorlarining soni

$$C_n^k=\frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{k!},\quad (k=1,2,3,\dots,n)$$

formula bo‘yicha aniqlanadi.

Xulosa: Oddiy struktura n ta chiziqli mustaqil xos vektorga ega matritsalarga (simmetrik, ermit, normal va boshqalar) xos bo‘lib, bu holatda matritsa oson diagonallashtiriladi. Faylda moduli bo‘yicha eng katta xos qiymat va unga mos vektorni darajali (iteratsion) metod bilan taxminiy topish jarayoni ko‘rsatilgan bo‘lib, usul oddiy struktura ega matritsalar uchun samarali va konvergentsiya shartlariga asoslanadi.

Berilgan misolda xarakteristik determinantni yoyish, ko‘phad koeffitsientlarini aniqlash va xos vektorlarni hisoblash jarayoni batafsil keltirilgan bo‘lib, bu usullar aniq va taxminiy yechimlarni berilgan aniqlik darajasida topishga imkon beradi.

Umuman olganda, ushbu metodlar zamonaviy hisoblash texnikalarida keng qo‘llaniladi va talabalarga nafaqat nazariyani, balki murakkab matritsali masalalarni

EHM yordamida hal qilish ko‘nikmalarini shakllantirishda muhim ahamiyatga ega. Xos qiymatlar va vektorlarni o‘zlashtirish kelajak mutaxassislariga differensial tenglamalar, tebranishlar nazariyasi va optimallashtirish kabi ilmiy-texnik muammolarni samarali yechish imkonini beradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Balakrishnan A.V. Chiziqli tenglamalar sistemalarini iteratsion usullar bilan yechish. – Toshkent: Fan, 1985.
2. Bakhvalov N.S. Chislennyye metody (analiz, algebra, obyknovennyye differensialnyye uravneniya). – Moskva: Nauka, 1975.
3. Demidovich B.P., Maron I.A. Vychislitelnaya matematika. – Moskva: Nauka, 1977.
4. Faddeev D.K., Faddeeva V.N. Vychislitelnyye metody lineynoy algebry. – Moskva: Fizmatgiz, 1963.
5. Samarskiy A.A., Gulin A.V. Chislennyye metody. – Moskva: Nauka, 1989.
6. Verzhbitskiy V.M. Chislennyye metody (matematicheskoye modelirovaniye i vychislitelnyy eksperiment). – Moskva: Vysshaya shkola, 2001.
7. Tursunov A., Mirzayev T. Oliy matematika (Chiziqli algebra va analitik geometriya). – Toshkent: O‘zbekiston Milliy universiteti nashriyoti, 2010.
8. To‘rayev E., To‘xtayev Sh. Hisoblash matematikasi. – Toshkent: Universitet, 2006.
9. Sonli usullar: o‘quv qo‘llanma/A.I.Ismoilov., Sh.A.Ro‘zaliyev –Farg‘ona.:2025.