

TRAPETSIYA KVADRATUR FORMULASINING CHIQARILISHI, ANIQLIK DARAJASI VA AMALIY QO‘LLANILISHI.

Axmedov A.A., Abdumannonov A.B.

FarDUdotsenti, t.f.b.f.d. FarDU talabasi.

Annotatsiya: Ushbu hujjat trapetsiya kvadratur formulasi (trapetsiyalar usuli) mavzusiga bag‘ishlangan bo‘lib, aniq integrallarni taqribiy hisoblashning geometrik asoslangan usulini yoritadi. Nyuton-Leybnits formulasidan foydalanish imkonsiz bo‘lgan hollarda (masalan, boshlang‘ich funksiya elementar bo‘lmasa yoki funksiya jadval shaklida berilsa) trapetsiya usulining zarurati va afzalliklari ta’kidlanadi. Formulaning chiqarilishi funksiya grafigi ostidagi maydonni trapetsiyalar yuzlari yig‘indisi bilan almashtirish orqali geometrik va algebraik izohlangan. Kompozit trapetsiya formulasining olinishi, xato bahosi va aniqlik darajasi qisqacha ko‘rsatilgan. Amaliy qismda berilgan integralning $n=10$ uchun hisoblanishi batafsil misol sifatida keltirilgan. Material talabalar uchun o‘quv qo‘llanma sifatida foydalidir va muhandislik hamda fizika masalalarida sonli integrallashni amaliy qo‘llashga yo‘naltirilgan.

Kalit so‘zlar: trapetsiya kvadratur formulasi, trapetsiyalar usuli, aniq integral, taqribiy hisoblash, sonli integrallash, geometrik interpolatsiya, kompozit formula, xato bahosi, Nyuton-Leybnits formulasi, jadval funksiyalar, muhandislik masalalari, matematik analiz.

Kirish: Talabalarga ta’lim berayotgan pedagoglar “Ta’lim to‘g‘risida”gi qonun va “Kadrlar tayyorlash milliy dasturi” talablarini to‘liq bajarishlari va uni amalga oshirish uchun barcha imkoniyatlardan foydalanishlari davr talabi hisoblanadi.

Oliy ta’lim pedagogikasi har bir pedagogdan ta’lim jarayonida talabani faollashtiradigan interfaol metodlardan foydalanish, ta’lim jarayonida talaba bilan hamkorlikda ishlash, ma’lum bilimlar hajmini talabaga yetkazish bilan cheklanmay, talabani mustaqil bilim olishga davat etish goyasini ilgari surmoqda.

Kvadratura formulalari kundalik hayotda "ko‘rinmaydi", lekin deyarli har bir smart qurilma, ilova va hisob-kitobda ishlaydi. Ular diskret o‘lchovlardan (kuniga bir necha marta yozilgan raqamlar) umumiy, aniq natija chiqarishga yordam beradi.

Eng oddiyi — trapezoid qoidasi — hatto qo‘lda ham hisoblash mumkin, lekin zamonaviy texnologiyalar uni avtomatik va aniqroq qiladi.

Asosiy qism: Trapetsiya kvadraturasi (yoki trapetsiyalar usuli) – bu aniq integralni taqribiy hisoblash usuli bo‘lib, integral ostidagi funksiya grafigini kichik

segmentlarga bo‘lib, ularni trapetsiyalar shaklida approksimatsiya qilib, yuzini qo‘shish orqali amalga oshiriladi; bu usulning aniqlik darajasi segmentlar soni oshishi bilan ortadi va amalda integrallar, funksiyalar yuzini hisoblashda, fizik va muhandislik masalalarida keng qo‘llaniladi.

Kundalik hayotimizda uchraydigan ko‘p muhandislik masalalarini yechishda aniq integrallarni hisoblashga to‘g‘ri keladi. Faraz qilaylik, $\int_a^b f(x)dx$ ni hisoblash talab etilsin. Bu yerda $f(x) - [a,b]$ kesmada berilgan uzluksiz funksiya. Bu integralni hisoblashda quyidagi formula, ya’ni Nyuton-Leybnits formulasidan foydalaniladi.

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

bu yerda $F(x)$ – boshlang‘ich funksiya. Agar boshlang‘ich funksiya $F(x)$ ni elementar funksiyalar orqali ifodalab bo‘lmasa yoki integral ostidagi funksiya $f(x)$ jadval ko‘rinishda berilsa u holda Nyuton-Leybnits formulasidan foydalanish mumkin emas. Bu holda aniq integralni taqribiy hisoblash formulalari orqali hisoblashga to‘g‘ri keladi. Elementar funksiyalarda olinmaydigan aniq integrallar amalda taqribiy hisoblash usullari bilan topiladi. Bunday usullardan aniq integralning integral yig‘indining limiti haqidagi ta’rifiga va geometrik ma’nosiga

Faraz qilaylik, $f(x)$ funksiya chiziqli funktsiyaga yaqin bo‘lsin, u holda tabiiy ravishda integralni balandligi $b-a$ ga va asoslari $f(a)$ va $f(b)$ ga teng bo‘lgan trapetsiya yuzi bilan almashtirish mumkin, u holda

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{2}(f(a) + f(b))$$

deb olishimiz mumkin. Bu formula trapetsiya formulasi deyiladi.

Trapetsiyalar usuli algoritmi $[a, b]$ kesmani

$$a = x_0, x_1, x_2, \dots, x_n = b$$

nuqtalar bilan n ta teng bo‘lakka bo‘lamiz. Har bir qo‘shni bo‘luvchi nuqtalar orasidagi

$$\text{masofa } h = \frac{(b - a)}{n};$$

$[a, b]$ kesmani bo'luvchi nuqtalardan chegaraviy egri chiziqli bilan keishgunga qadar perpendikulyar o'tkazamiz. Egri chiziqli mos nuqtalarining ordinatalari quyidagicha bo'ladi:

$$y_0 = f(x_0), y_1 = f(x_1), y_2 = f(x_2), \dots, y_n = f(x_n)$$

perpendikulyarlarning $y = f(x)$ chiziqli bilan kesishgan qo'shni nuqtalarini vatarlar bilan birlashtiramiz va hosil qilingan har bir to'g'ri chiziqli trapetsiyalarning yuzini topamiz:

$$\frac{y_0 + y_1}{2}h, \frac{y_1 + y_2}{2}h, \dots, \frac{y_n + y_{n-1}}{2}h$$

Barcha n ta trapetsiya yuzini qo'shamiz:

$$S = h \left(\frac{y_0}{2} + y_1 + y_2 + \dots + \frac{y_n}{2} \right)$$

bo'linish qadami $h = \frac{(b - a)}{n}$ ekanligi va hosil bo'lgan yig'indi inobatga olinsa, egri chiziqli trapetsiyaning yuzini taqriban quyidagicha yozish mumkin:

$$\int_a^b f(x)dx \approx h \left(\frac{y_0}{2} + y_1 + y_2 + \dots + \frac{y_n}{2} \right)$$

Bu trapetsiya formulasidir. Trapetsiya formulasining o'ng tomonidagi ifoda integral yig'indisidir va $h \rightarrow 0$ da berilgan integralga intiladi. Biroq, fiksirlangan h da uning har biri berilgan integraldan $R_n(f)$ kattalikka farq qiladi.

Berilgan $\varepsilon > 0$ absolyut xatodan n parameter tanlanadi va shuningdek, h qadam $|R_n(f)| < \varepsilon$ tengsizlikdan topiladi. $R_n(f)$ kattalik

$$R_n(f) = \frac{b-a}{12} f''(\xi)h^2, \xi \in [a, b]$$

tenglik orqali xarakterlanadi.

Misol. $\int_0^1 (x+1)dx$ integralni trapetsiyalar usulida ($n = 10$) taqribiy hisoblang.

Yechish.

1. $[0, 1]$ kesmani $h = 0,1$ qadam bilan 10 ta bo'lakka bo'lib olamiz;
2. Quyidagilarni hisoblaymiz:

$$x_0 = 0, x_1 = 0.1, \dots, x_{10} = 1.$$

3. Quyidagilarni hisoblaymiz:

$$y_0 = f(x_0) = 1, y_1 = f(x_1) = 1.1,$$

$$y_2 = f(x_2) = 1.2, \dots, y_{10} = f(x_{10}) = 2$$

$$\int_0^1 (x+1)dx = h \frac{y_0 + y_n}{2} + y_1 + \dots + y_{n-1} = 0.1 * 15 = 1.5.$$

$\int_a^b f(x)dx$ aniq integralni trapetsiya usuli yordamida hisoblash

Xulosa: Trapetsiya kvadratur formulasi aniq integrallarni taqribiy hisoblashning oddiy va samarali usullaridan biri bo'lib, funksiya grafigi ostidagi maydonni trapetsiyalar yuzlari yig'indisi bilan almashtirishga asoslanadi. Faylda usulning geometrik ma'nosi, chiqarilishi va kompozit formulasining olinishi batafsil izohlangan bo'lib, bu jarayon chiziqli interpolatsiyaga tayanadi va segmentlar soni oshgani sari aniqlik ortishi ta'kidlanadi.

Berilgan misolda $[0,1]$ oraliqda murakkab funksiyaning integrali $n=10$ uchun trapetsiya usuli bilan hisoblanib, qadamlar, funksiya qiymatlari jadvali va taxminiy natija keltirilgan bo'lib, bu usullar aniq va taxminiy yechimlarni berilgan aniqlik darajasida topishga imkon beradi.

Umuman olganda, trapetsiya kvadraturasi zamonaviy hisoblash texnikalarida, xususan muhandislik, fizika va kompyuter dasturlashda keng qo'llaniladi va talabalarga nafaqat nazariyani, balki empirik ma'lumotlar va jadval funksiyalar bilan ishlash ko'nikmalarini shakllantirishda muhim ahamiyatga ega. Ushbu usulni o'zlashtirish kelajak mutaxassislariga sonli integrallash, optimallashtirish va ilmiy modellashtirish kabi murakkab muammolarni samarali yechish imkonini beradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Xurramov Sh.R.. Oliy matematika. Toshkent-2018. 1-jild.
2. Gaziyeu A., Isroilov M, YaxshiboyevM. "Matematik analizdan misol va masalalar" o'quv qo'llanmasi.
3. Ne'matov A. Darajali qatorlar yordamida funksiya qiymatini taqribiy hisoblash //sambhram xabarnomasi. – 2024. – T. 1. – №. 1. – C. 168-170.
4. Samarskiy A.A., Gulin A.V. Chislennyye metody. – Moskva: Nauka, 1989.

5. Verzhbitskiy V.M. Chislennyye metody – Moskva: Vysshaya shkola, 2001.
6. Tursunov A., Mirzayev T. Oliy matematika – Toshkent: O‘zbekiston Milliy universiteti nashriyoti, 2010.
7. To‘rayev E., To‘xtayev Sh. Hisoblash matematikasi. – Toshkent: Universitet, 2006.
8. Ismoilov A.I., Ro‘zaliyev Sh.A. Sonli usullar: o‘quv qo‘llanma – Farg‘ona.:2025.