

ITERATSION USULLARDA KONVERGENSIYA TEZLIGINI OSHIRISH USULLARI

O'KTAMOVA S.A.

FarDU talabasi, uktamovasaxiybonu@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu maqolada iteratsion usullar yordamida algebraik va chiziqli bo'lmagan tenglamalarni yechishda konvergensiya tezligini oshirish masalalari ko'rib chiqilgan. Iteratsion jarayonning sekin yaqinlashuvi hisoblash vaqtining ortishiga va aniqlikning pasayishiga olib kelishi mumkin. Shu sababli relaksatsiya usullari, boshlang'ich yaqinlashuvni to'g'ri tanlash, tezlashtiruvchi transformatsiyalar hamda Nyuton usulining modifikatsiyalari tahlil qilinadi. Maqolada nazariy tushunchalar bilan bir qatorda aniq misollar orqali konvergensiya tezligini oshirish samaradorligi ko'rsatib berilgan.

Kalit so'zlar: Iteratsion usullar, konvergensiya, tezlashuv, relaksatsiya, Nyuton usuli.

Kirish. Hozirgi zamon amaliy masalalarining ko'pchiligi matematik modellar yordamida ifodalanadi va bu modellarni yechishda iteratsion usullar keng qo'llaniladi. Ayniqsa, katta o'lchamli chiziqli tenglamalar sistemalari va chiziqli bo'lmagan tenglamalar uchun iteratsion yondashuvlar muhim ahamiyatga ega. Biroq iteratsion usullarning asosiy kamchiligi — konvergensiyaning sekinligi hisoblanadi. Shu sababli konvergensiya tezligini oshirish usullarini ishlab chiqish va qo'llash dolzarb masalalardan biridir.

Iteratsion usulda yechim quyidagi ko'rinishda aniqlanadi:

$$x^{(k+1)} = \varphi x^{(k)}$$

Boshlang'ich nuqtaning yechimga yaqin tanlanishi iteratsion jarayonni sezilarli darajada tezlashtiradi.

Tenglama: $x^2 - 2 = 0$

Agar $x(0) = 10$ tanlansa, Nyuton usuli ko'proq iteratsiya talab qiladi.

Agar $x(0) = 1.5$ tanlansa, yechim $\sqrt{2}$ ga juda tez yaqinlashadi.

Relaksatsiya iteratsion formulaga maxsus parametr W kiritish orqali amalga oshiriladi:

$$x^{(k+1)} = (1 - W) x^{(k)} + W \varphi(x^{(k)})$$

$0 < W < 1$ - sekinlashtirilgan relaksatsiya

1<W<2- tezlashtirilgan relaksatsiya

Iteratsion usullar matematik masalalarning yechimini ketma-ket yaqinlashuvlar asosida topishga mo'ljallangan hisoblash usullari hisoblanadi. Bu usullar, ayniqsa, katta o'lchamli algebraik tenglamalar sistemalari hamda chiziqli bo'lmagan masalalarni yechishda keng qo'llaniladi. Iteratsion jarayonning asosiy afzalligi uning algoritmik soddaligi bo'lsa, kamchiligi esa ayrim hollarda konvergensiyaning sekin kechishidir. Konvergensiya tezligi iteratsion jarayonning qanchalik tez haqiqiy yechimga yaqinlashishini ifodalaydi. Agar konvergensiya sekin bo'lsa, hisoblash jarayoni ko'p vaqt va resurs talab qiladi. Shu sababli iteratsion usullarda konvergensiya tezligini oshirish masalasi sonli usullar nazariyasining muhim yo'nalishlaridan biri hisoblanadi. Konvergensiya tezligiga bir qator omillar ta'sir ko'rsatadi. Ulardan eng muhimlaridan biri boshlang'ich yaqinlashuvning to'g'ri tanlanishidir. Boshlang'ich qiymat yechimga qanchalik yaqin bo'lsa, iteratsion jarayon shunchalik tez va barqaror amalga oshadi. Noto'g'ri tanlangan boshlang'ich yaqinlashuv esa iteratsiyalar sonining ortishiga yoki jarayonning umuman yaqinlashmasligiga olib kelishi mumkin. Yana bir muhim omil iteratsion algoritmnining matematik xossalari bilan bog'liq. Iteratsion sxemaning barqarorligi, ya'ni kichik xatolarning jarayon davomida kattalashib ketmasligi, konvergensiya tezligiga bevosita ta'sir qiladi. Shu nuqtai nazardan iteratsion usullarni oldindan tahlil qilish va masalani qulayroq shaklga keltirish muhim ahamiyatga ega. Amaliy hisoblashlarda konvergensiyaning tezlashtirish maqsadida maxsus yondashuvlardan foydalaniladi. Bunday yondashuvlar iteratsion qadamni moslashuvchan boshqarish, hisoblash jarayonini barqarorlashtirish hamda iteratsiyalarni optimallashtirishga qaratilgan. Bu esa hisoblash aniqligini saqlagan holda vaqtni sezilarli darajada qisqartirish imkonini beradi. Shuningdek, iteratsion usullarni kombinatsiyalash ham samarali hisoblanadi. Dastlab sekin, ammo barqaror iteratsion usuldan foydalanib, keyingi bosqichlarda tezroq konvergensiya ega bo'lgan usulga o'tish orqali umumiy hisoblash samaradorligini oshirish mumkin. Bunday yondashuvlar, ayniqsa, murakkab va katta o'lchamli masalalarni yechishda keng qo'llaniladi.

Iteratsion usullarda konvergensiya tezligini oshirish hisoblash samaradorligini sezilarli darajada yaxshilaydi. Boshlang'ich yaqinlashuvni to'g'ri tanlash, relaksatsiya parametrlaridan foydalanish, tezlashtiruvchi transformatsiyalar va Nyuton usulining modifikatsiyalari iteratsiyalar sonini kamaytirib, aniqlikni oshiradi. Ushbu yondashuvlar amaliy masalalarda vaqt va resurslarni tejash imkonini beradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Burden R. L., Faires J. D. Numerical Analysis. – Brooks/Cole, 2011.
2. Atkinson K. An Introduction to Numerical Analysis. – Wiley, 2008.
3. Saad Y. Iterative Methods for Sparse Linear Systems. – SIAM, 2003.
4. Quarteroni A., Saleri F. Scientific Computing with MATLAB. – Springer, 2014.
5. Samarskii A. A. Theory of Difference Schemes. – Marcel Dekker, 2001.