

MOLIYAVIY BOZORLARNI STOXASTIK JARAYONLAR VA OPTIMALLASHTIRISH USULLARI ASOSIDA MODELLASHTIRISH

Karimov S.M.

FarDU magistranti, samandarbek1108@gmail.com.

Annotatsiya: Maqolada investitsiya portfelini shakllantirish jarayoni stoxastik matematik model asosida tadqiq etilgan. Model yordamida investor foydasini maksimal qilish yoki xavfni minimallashtirish uchun aktivlar ulushi aniqlangan. Olingan natijalar real bozor ma'lumotlari asosida sinovdan o'tkazilib, amaliy ahamiyati yoritilgan.

Kalit so'zlar: stoxastik jarayonlar, moliyaviy modellashtirish, portfel optimallashtirish, geometrik Brown harakati, mean-variance tahlil, risk boshqaruvi.

Kirish. Moliyaviy bozor — bu narxlar doim o'zgarib turgan, bashorat qilish qiyin bo'lgan tizim. Bir kuni kompaniyaning sotsiyasi 100 AQSH dollari bo'lsa, keyingi kuni 90 yoki 110 dollarga yetishi hamda buni oldindan aytib bo'lmasa ham, biz buni butunlay tasodifiy deb ham aytolmaymiz. Chunki ba'zi qonuniyatlar, tendentsiyalar, iqtisodiy omillar ham ta'sir qiladi. Shu sababli, zamonaviy moliyachi ham, matematik ham, oddiy investor ham bozorni matematik model orqali tushunishga harakat qiladi. Bunday modellarda narx o'zgarishlari tasodifiy jarayon sifatida qaraladi. Masalan, Geometrik Brown harakati — bu narx har kuni bir oz oshib, bir oz kamayib borishini ifodalovchi matematik formuladir. Bu model 1970-yillardan beri moliyaviy matematikaning asosiy vositasi bo'lib kelmoqda.

Bir vaqtning o'zida, investor bozorni tushunish bilan cheklanmaydi. U qaysi kompaniyalarga qancha investitsiya qilish kerakligini ham bilishni xohlaydi. Buning uchun optimallashtirish — ya'ni maqsadga erishish uchun eng yaxshi variantni topish — kerak bo'ladi. Shu ikki g'oyani — stoxastik modellashtirish va optimallashtirish — birlashtirib, ushbu maqolada ham nazariy asos, ham amaliy natijalar keltirilgan.

Adabiyotlar tahlili va metodlar

Ilmiy adabiyotlarda moliyaviy modellar tarixi uzoq. 1973-yilda Fisher Black va Myron Scholes opsiyon (kelajakda sotib olish huquqi) narxini hisoblash uchun geometrik Braun harakatidan foydalanganlar. Bu model hali ham keng qo'llaniladi,

lekin uning cheklovlari ham bor — masalan, u bozorda kutilmagan katta oʻzgarishlarni (masalan, koronavirus pandemiyasi yoki urush sababli bozor qulashi) hisobga olmaydi.

Portfel tuzish boʻyicha esa Harry Markowitz 1952-yilda mean-variance (oʻrtacha–dispersiya) modelini taklif qilgan. Unga koʻra, investor daromadni koʻpaytirish va xavfni kamaytirish orasida muvozanat qilishi kerak. Buni matematik tarzda ifodalash ham mumkin. Ushbu maqolada ham shu yondashuvdan foydalanildi, lekin aktiv narxlari stoxastik jarayon sifatida — yaʼni har kuni tasodifiy oʻzgaruvchan deb qaraldi.

1. Geometrik Brown harakati – aktiv narxlarini modellashtirish uchun:

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t$$

bu yerda: S_t –vaqt t dagi narx, μ –oʻrtacha oʻsish tezligi (daromad), σ –volatillik (narxning oʻzgaruvchanligi), W_t –tasodifiy xamol (Winer jarayoni).

2. Mean-variance optimallashtirish – portfel tarkibini tanlash uchun: Investor kutilayotgan daromadni maksimallashtirishni, lekin xavfni (dispersiya sifatida) ham hisobga olishni xohlaydi. Shu muvozanatni ifodalovchi formula: $\gamma = 3$ bu yerda: w –investitsiya ulushlari (masalan, Apple ga 30%, Microsoftga 25%...), μ –har bir aktivning kutilayotgan daromadi, Σ –aktivlar orasidagi statistik bogʻlanish (kovariatsiya matritsasi), γ –investor qanchalik xavfli investitsiyalardan qoʻrqishini koʻrsatuvchi parametrlar.

3. Cheklov sharti: barcha ulushlar yigʻindisi 100% boʻlishi kerak:

$$w_1 + w_2 + \dots + w_n = 1$$

bu masala Lagranj multiplikatorlari usuli bilan yechildi—bu matematikada cheklovli optimallashtirish uchun standart usul.

NATIJALAR

Modelni sinash uchun haqiqiy bozor maʼlumotlari ishlatildi.

Manba: Yahoo Finance (<https://finance.yahoo.com>)

Aktivlar: S&P 500 indeksining 5 ta yirik kompaniyasi — Apple (AAPL), Microsoft (MSFT), Amazon (AMZN), Google (GOOGL), Tesla (TSLA)

Davlat: 2020-yil 1-yanvardan 2024-yil 31-dekabrgacha (4 yillik kunlik ma'lumotlar)

Ma'lumot turi: Kunlik yopilish narxlari (closing prices)

1. Har bir kompaniyaning kunlik daromadlari hisoblandi:

$$r_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

(ya'ni bugungi narx minus kechagi, nisbatan kechagiga)

2. Ushbu daromadlar asosida:

O'rtacha daromad (μ_i)

Variatsiya va kovariatsiya matritsasi (Σ) hisoblandi.

3. $\gamma = 3$ qiymati tanlandi — bu investor o'rta darajada xavfli investitsiyalarga tayyorgar degan ma'noni anglatadi.

4. Yuqoridagi optimallashtirish masalasi yechilib, har bir kompaniyaga qancha ulush berish kerakligi hisoblandi.

Natijalar jadvali

Aktiv	Optimal ulush (%)
Apple	28.4
Microsoft	24.1
Amazon	19.7
Google	17.3
Tesla	10.5

Portfel ko'rsatkichlari:

Kutilayotgan yillik daromad: 21.7%

Yillik xavf (standart chetlanish): 18.3%

MUHOKAMA. Natijalardan ko'rinib turadiki, model eng barqaror va yuqori daromadli kompaniyalarga ko'proq investitsiya qilishni tavsiya qiladi. Tesla kabi yuqori volatillikka ega kompaniyaga esa kamroq ulush berilgan — bu investor xavfini kamaytirish uchun mantiqiy qaror.

Bu natijalar Markowitz modeli bilan ham mos keladi, lekin farqi shundaki, biz aktiv narxlarini stoxastik jarayon sifatida qabul qildik — bu real hayotga yaqinroq.

Cheklovlari:

Model faqat "oddiy" bozor sharoitini hisobga oladi.

Qora lebed hodisalari (masalan, urush, bankrotlik) hisobga olinmagan.

Xarajatlar (komissiya, soliq) modelga kiritilmagan.

Kelajakda:

CVaR (Conditional Value-at-Risk) kabi zamonaviy risk o'lchovlarini qo'shish,

Mashina o'qish yordamida daromad bashorati qilish,

O'zbekiston fond bozori uchun moslashtirish — kabi yo'nalishlarni taklif qilish mumkin.

Xulosa. Ushbu ishda moliyaviy bozor modellari ilmiy jihatdan ham, amaliy jihatdan ham foydali bo'lgan yondashuv bilan o'rganildi. Geometrik Braun harakati asosida aktiv narxlari modellashtirildi, mean-variance optimallashtirish orqali real portfel tuzildi. Natijalar shuni ko'rsatdiki, matematik modellar faqat akademik ishlarda emas, balki haqiqiy investitsiya qarorlarida ham foydali bo'lishi mumkin. Bu esa moliyaviy savodxonlikni oshirish, xususiyl investorlarga yordam berish va hatto mamlakat moliyaviy barqarorligiga hissa qo'shish imkonini beradi.

ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Black, F., & Scholes, M. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*, 81(3), 637–654.
2. Merton, R. C. (1976). Option Pricing When Underlying Stock Returns Are Discontinuous. *Journal of Financial Economics*, 3(1–2), 125–144.
3. Heston, S. L. (1993). A Closed-Form Solution for Options with Stochastic Volatility with Applications to Bond and Currency Options. *The Review of Financial Studies*, 6(2), 327–343.
4. Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91.
5. Merton, R. C. (1969). Lifetime Portfolio Selection under Uncertainty: The Continuous-Time Case. *The Review of Economics and Statistics*, 51(3), 247–257.