

ENERGIYA SAQLANISH SHARTINI QANOATLANTIRUVCHI BARQAROR SONLI SXEMALAR QURISH

Rojiboyeva M.A.

Farg'ona DU talabasi. mohinarojiboyeva@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu maqolada avvalo energiya tushunchasi haqida va uning saqlanish qonuni uning shartlari haqida ma'lumot, unga oid sxemalar qurish haqida gap boradi va energiya tushunchasi va energiya saqlanish qonuni haqida umumiy ma'lumotlar berilgan. Energiya saqlanishi fizik jarayonlarni to'g'ri tushunishda muhim ahamiyatga ega ekanligi tushuntiriladi. Shuningdek, energiyani saqlovchi sonli sxemalar qanday qurilishi ko'rib chiqiladi. Misol sifatida bir o'lchamli to'liq tenglamasi tanlanib, unga sodda farqlar usuli yordamida sonli sxema tuzilgan. Qurilgan sxema uchun energiyaning vaqt davomida saqlanishi ko'rsatib beriladi. Olingan natijalar sonli hisoblashlarda energiya saqlanishining ahamiyatini tushunishga yordam beradi.

Kalit so'zlar: Energiya, energiya saqlanishi, sonli sxemalar, barqarorlik haqida, issiqlik tenglamari haqida tushuncha va unga oid masala.

Kirish. Fizik jarayonlarni o'rganishda energiya tushunchasi markaziy o'rin egallaydi. Energiya — bu tizimning ish bajarish qobiliyatini tavsiflovchi fizik kattalik bo'lib, tabiatdagi barcha harakat va o'zgarishlar energiya almashinuvi bilan bog'liqdir. Fizikaning asosiy qonunlaridan biri bo'lgan energiya saqlanish tamoyili ga ko'ra, yopiq tizimda energiya yo'qolmaydi va yo'qdan paydo bo'lmaydi, balki faqat bir ko'rinishdan boshqa ko'rinishga o'tadi. Klassik mexanikada energiya saqlanish tamoyili quyidagicha ifodalanadi: agar tizimga tashqi kuchlar ta'sir etmasa va kuchlar konservativ bo'lsa, u holda tizimning umumiy energiyasi vaqt davomida o'zgarmaydi. Matematik ko'rinishda bu quyidagicha yoziladi:

$$E = T + V$$

bu yerda: E -tizimning kinetik energiyasi T -tizimning potensial energiyasi

Kinetik energiya odatda quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$T = \frac{1}{2}mv^2$$

Potensial energiya esa kuch maydoniga bog'liq bo'lib, konservativ kuchlar uchun

$$F(x) = -\frac{dV(x)}{dx}$$

ko'rinishda ifodalanadi. Agar kuch shu shartni qanoatlantirsa, u holda tizim konservativ hisoblanadi va energiya saqlanish qonuni amal qiladi.

Energiya saqlanishining matematik ifodasi quyidagi differensial tenglama orqali ham yozilishi mumkin:

$$\frac{dE}{dt} = 0$$

Bu tenglama tizim energiyasining vaqt bo'yicha o'zgarmasligini bildiradi. Mazkur xossa fizik jarayonlarni modellashtirishda juda muhim bo'lib, sonli hisoblashlarda ham albatta saqlanishi lozim. Ko'plab fizik va texnik masalalar oddiy differensial tenglamalar yoki qisman differensial tenglamalar yordamida ifodalanadi. Masalan, mexanik tizimlarning harakati Nyutonning ikkinchi qonuni asosida quyidagicha yoziladi:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = F(x)$$

Bu tenglama ko'p hollarda analitik usulda yechilmaydi. Ayniqsa murakkab kuchlar, murakkab boshlang'ich shartlar yoki ko'p o'lchamli tizimlar uchun aniq yechim topish deyarli imkonsiz bo'ladi. Shu sababli, amaliy masalalarda sonli usullardan foydalaniladi.

Energiya saqlanish qonuni tabiatdagi eng umumiy va fundamental qonunlardan biri bo'lib, u barcha fizik jarayonlar uchun amal qiladi. Ushbu qonunga ko'ra, yopiq tizimda energiya yo'qolmaydi va yo'qdan paydo bo'lmaydi, balki faqat bir ko'rinishdan boshqa ko'rinishga o'tadi. Tizimning umumiy energiyasi vaqt davomida o'zgarmas bo'lib qoladi.

Mazkur qonun mexanika, termodinamika, elektrodinamika, kvant mexanikasi va zamonaviy fizikaning barcha sohalarida asosiy nazariy tayanch bo'lib xizmat qiladi. Energiya saqlanish qonuni fizik jarayonlarning barqarorligi va qaytariluvchanligini tushuntirishda muhim ahamiyatga ega.

Energiya tushunchasi va uning turlari:

Energiya — bu jism yoki tizimning ish bajarish qobiliyatini ifodalovchi skalyar fizik kattalikdir. Mexanikada energiya asosan quyidagi turlarga bo‘linadi:

- kinetik energiya;
- potensial energiya.

Kinetik energiya: Kinetik energiya jismning harakati bilan bog‘liq bo‘lib, quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$T = \frac{1}{2}mv^2$$

m — jism massasi, v — jism tezligi.

Ushbu formula jism qanchalik tez harakat qilsa, uning kinetik energiyasi shunchalik katta bo‘lishini ko‘rsatadi.

Potensial energiya: Potensial energiya jismning kuch maydonidagi holati bilan bog‘liq bo‘ladi. Potensial energiya kuchning tabiatiga qarab turlicha aniqlanadi.

Gravitatsion maydonda potensial energiya:

$$V = mgh$$

prujina (elastik) tizim uchun esa:

$$V = \frac{1}{2}kx^2$$

ko‘rinishida ifodalanadi, bu yerda, k -prujinaning qattqlik koeffitsienti, x - muvozanat holatidan siljish.

Energiya saqlanish qonunining umumiy ifodasi. Agar tizim yopiq bo‘lib, unga tashqi kuchlar ta’sir qilmasa va ichki kuchlar konservativ bo‘lsa, u holda tizimning umumiy mexanik energiyasi quyidagicha aniqlanadi:

$$E = T + V$$

Energiya saqlanish qonuniga ko‘ra: $E = const$ yoki differensial ko‘rinishda:

$$\frac{dE}{dt} = 0$$

Bu tenglama tizim energiyasining vaqt bo‘yicha o‘zgarmasligini matematik jihatdan ifodalaydi.

Energiya saqlanish qonunining Nyuton qonunlari bilan bog'liqligi

Energiya saqlanish qonuni Nyutonning ikkinchi qonunidan kelib chiqadi.

Agar jismga ta'sir qiluvchi kuch konservativ bo'lsa:

$$\vec{F} = -\Delta V$$

va Nyuton qonuni:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F(x)$$

Ko'rinishida yozilsa, u holda ushbu tenglamani integrallash orqali energiya saqlanish qonuni olinadi. Bu holat energiya saqlanish qonuni fundamental mexanik qonunlardan biri ekanligini ko'rsatadi.

Konservativ va nokonservativ tizimlar quyidagicha:

Energiya saqlanish qonuni to'liq faqat konservativ tizimlarda amal qiladi.

Konservativ tizimlar quyidagi xususiyatlarga ega:

- kuchlar potensial energiya orqali ifodalanadi;
- kuch bajargan ish yo'ldan bog'liq emas;
- mexanik energiya saqlanadi.

Agar tizimda ishqalanish, qarshilik yoki tashqi kuchlar mavjud bo'lsa, u holda mexanik energiya saqlanmaydi. Biroq energiya yo'qolmaydi, balki issiqlik yoki boshqa ko'rinishga o'tadi.

Sonli usullar — bu differensial tenglamalarni taxminiy yechish usullari bo'lib, ular uzluksiz vaqt va fazoni diskret nuqtalar orqali almashtirishga asoslanadi. Vaqt o'qi odatda kichik Δt qadam bilan bo'linadi:

$$t_n = n \Delta t, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Natijada uzluksiz funksiya o'rniga diskret ketma-ketlik hosil bo'ladi. Ana shu diskretlash asosida qurilgan algoritm sonli sxema deb ataladi.

Sonli sxema — bu differensial tenglamaning diskret analogi bo'lib, u yechimni bosqichma-bosqich hisoblash imkonini beradi. Sonli sxemalar hisoblash qulayligi sababli keng qo'llaniladi, ammo ular fizik qonunlarni, xususan energiya

saqlanish shartini buzishi mumkin. Eng sodda sonli sxemalardan biri — Eyler sxemasi hisoblanadi. Agar quyidagi differensial tenglama berilgan bo'lsa:

$$\frac{dx}{dt} = f(x, t)$$

u holda Eyler sxemasi quyidagicha yoziladi:

$$x_{n+1} = x_n + \Delta t f(x_n, t_n)$$

Bu sxema hisoblash jihatidan juda sodda bo'lsa-da, uning asosiy kamchiligi energiya saqlanish shartini qanoatlantirmasligidir. Uzoq vaqt davomida hisoblash olib borilganda Euler sxemasi yordamida topilgan yechimda energiya sun'iy ravishda ortib yoki kamayib boradi. Bu hodisa energiya drifti deb ataladi. Energiya drifting mavjudligi fizik nuqtai nazardan jiddiy xatolik hisoblanadi. Masalan, tebranish tizimlarida amplituda asossiz ravishda o'sib ketishi yoki butunlay so'nib qolishi mumkin. Bu esa real fizik jarayonga mos kelmaydi. Sonli modellashtirishda yana bir muhim tushuncha — barqarorlik tushunchasidir. Sonli sxema barqaror deyiladi, agar boshlang'ich shartlardagi kichik xatoliklar vaqt o'tishi bilan cheksiz kattalashib ketmasa. Aks holda, sxema barqaror emas deb hisoblanadi. Barqarorlik masalasi matematik jihatdan quyidagicha ifodalanadi:

$$|x_n| \leq C, \quad n \rightarrow \infty$$

bu yerda, C — cheklangan musbat son.

Energiya saqlanish shartini qanoatlantiruvchi sonli sxemalar, odatda, yuqori darajadagi barqarorlikka ega bo'ladi. Chunki energiya tizimning asosiy invariantlaridan biri bo'lib, uni saqlash hisoblash jarayonida yechimning fizik jihatdan to'g'ri bo'lishini ta'minlaydi. Shunday qilib, energiya saqlanishining fizik tamoyili sonli modellashtirishda muhim mezon hisoblanadi. Sonli usullar va sonli sxemalar yordamida murakkab differensial tenglamalar yechiladi, ammo sxema tanlashda energiya saqlanish va barqarorlik shartlarini hisobga olish zarur. Aynan shu sababli energiya saqlanish shartini qanoatlantiruvchi barqaror sonli sxemalarni qurish va tadqiq etish bugungi kunda dolzarb ilmiy masala hisoblanadi.

Mavzuga oid issiqlik tenglamalaridan misol tariqasida ko'rsak:

Uzunligi $L=1$ ga teng bo'lgan bir o'lchamli novdada issiqlikning vaqt bo'yicha tarqalishini o'rganamiz. Novdaning uchlari doimo nol haroratda saqlanadi. Boshlang'ich vaqtda novda bo'ylab harorat sinusoidal taqsimlangan. Masala quyidagi issiqlik tenglamasi bilan ifodalanadi:

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \quad 0 < x < 1, t > 0$$

bu yerda: $u(x,t)$ —novdadagi harorat

Chegaraviy shartlar :

$$u(0,t) = 0, \quad u(1,t) = 0, \quad t > 0.$$

Boshlang'ich sharti

$$u(x,0) = \sin(\pi x), \quad 0 \leq x \leq 1.$$

Issiqlik tenglamasini yechish uchun Fure teoremasiga asoslangan holda o'zgaruvchilarni ajratish usulidan foydalandim:

Ya'ni yechim quyidagicha:

$$u(x,t) = X(x)T(t)$$

Hosilalarni hisoblanadi:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = X(x)T'(t), \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = X''(x)T(t)$$

Issiqlik tenglamasiga qo'yiladi:

$$X(x)T'(t) = X''(x)T(t) \quad / \quad X(x)T(t)$$

Har ikki tomonni $X(x)T(t)$ ga bo'lib, quyidagiga erishiladi:

$$\frac{T'(t)}{T(t)} = \frac{X''(x)}{X(x)} = -\lambda$$

bu yerda λ — ajratish doimiysi.

Vaqt funksiyasi uchun:

$$T'(t) + \lambda_n T(t) = 0$$

Bu differensial tenglama holiga kelib, yechimi:

$$T_n(t) = e^{-(n\pi)^2 t}$$

Fure teoremasiga ko‘ra, umumiy yechim quyidagi qator ko‘rinishida yoziladi:

$$u(x, 0) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin(n\pi x)$$

bu yerda C_n — Fure koeffitsiyentlari. Fure koeffitsiyentlarini aniqlash quyidagicha: boshlang‘ich shartdan foydalanamiz:

$$u(x, 0) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin(n\pi x)$$

lekin masalada:

$$u(x, 0) = \sin(\pi x).$$

Bu Fure qatorining faqat bitta hadi ekanligini bildiradi.

Shuning uchun:

$$C_1 = 1, C_n = 0, (n \neq 1)$$

Yakuniy yechim quyidagicha:

Natijada issiqlik tenglamasining aniq yechimi quyidagicha bo‘ladi:

$$u(x, t) = e^{-\pi^2 t} \sin(\pi x)$$

$$r = 0,39999999999999999$$

Oxirgi vaqt qatlamdagi yechim :

$$x = 0,0, u = 0,000000$$

$$x = 0,1, u = 0,042942$$

$$x = 0,2, u = 0,079779$$

$$x = 0,3, u = 0,109807$$

$$x = 0,4, u = 0,129086$$

$$x = 0,5, u = 0,135729$$

$$x = 0,6, u = 0,129086$$

$$x = 0,7, u = 0,109807$$

$$x = 0,8, u = 0,079779$$

$$x = 0,9, u = 0,041942$$

Xulosa:

Ushbu maqola orqali energiya saqlanish shartini qanoatlantiruvchi barqaror sonli sxemalar nazariy va amaliy jihatdan o‘rganildi. Avvalo, energiya saqlanish qonuni fizikaning fundamental qonunlaridan biri sifatida tahlil qilindi va uning

matematik model shaklida ifodalanishi ko'rsatildi. Shuningdek, sonli usullar, sonli sxemalar va ularning barqarorlik tushunchalari batafsil o'rganildi. Barqarorlik sonli sxemaning kichik xatolarga nisbatan chidamliligini tavsiflaydi va bu xatolarning vaqt davomida keskin o'sib ketmasligini ta'minlaydi. Maqolada energiya nima ekanligi va uning saqlanish qonuni tushuntirildi. Energiya saqlanishi hisoblashlarda nega muhimligi misollar orqali ko'rsatildi. Issiqlik tenglamasiga oid sodda sonli masala yechildi. Natijalar energiya saqlanishi va barqarorlik sonli sxemalar uchun muhim ekanligini ko'rsatadi. Maqola orqali mavzuni kengroq yoritib beroldim deb o'ylayman va kelajakda bu o'rganganlarim o'z faoliyatimda azqotadi deb o'ylayman.

FOYDALANGAN ADABIYOTLAR

1. Xudoyberganov A., Raxmonov S. Differensial tenglamalar va sonli usullar. — Toshkent: Fan, 2018.
2. Islomov A. Matematika va hisoblash usullari, Toshkent: O'zbekiston, 2018.
3. Samarskiy A.A. Ayirmali sxemalar nazariyasi.-Moska: Nauka, 1989.
4. Isroilov M.I. — "Hisoblash metodlari". Toshkent, O'qituvchi, 2003.