

NYUTON INTERPOLYATSION FORMULASI VA AYIRMALAR NISBATI YORDAMIDA INTERPOLYATSIYANI HISOBLASH.

Shovkatjonova N.J.

FarDU talabasi. shovkatjonovanovanin@gmail.com

Annotatsiya: Maqolada interpolyatsiya masalalarini yechishda keng qo'llaniladigan Nyuton interpolyatsion formulasi va ayirmalar nisbati (bo'lingan ayirmalar) usuli bayon etiladi. Berilgan diskret nuqtalar to'plami asosida funksiyaning taxminiy qiymatini topish jarayoni ko'rib chiqiladi. Nyuton formulasi yordamida interpolyatsion ko'phadni bosqichma-bosqich qurishning qulayligi va hisoblashdagi samaradorligi yoritiladi. Ayirmalar nisbati tushunchasi orqali interpolyatsion ko'phad koeffitsiyentlarini aniqlash usullari tushuntiriladi. Ushbu mavzu sonli usullar va amaliy hisoblash masalalarida muhim ahamiyatga ega.

Kalit so'zlar: Interpolyatsiya, Nyuton interpolyatsion formulasi, ayirmalar nisbati, bo'lingan ayirmalar, interpolyatsion ko'phad, sonli usullar, taqribiy hisoblash.

Kirish. Interpolyatsiya berilgan jadvaldagi nuqtalar asosida oraliqdagi noma'lum funksiyaning qiymatini taxminiy topish usuli. Masalan, funksiya qiymatlari faqat quyidagi nuqtalarda berilgan bo'lsa:

$$(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$$

shu nuqtalar orqali o'tuvchi interpolyatsion ko'phad tuziladi.

Nyuton interpolyatsion formulasi. Nyuton usuli interpolyatsion ko'phadni bosqichma-bosqich qurishga qulay bo'lib, ayniqsa yangi nuqta qo'shilganda juda foydali. Umumiy ko'rinishi:

$$P_n(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)(x - x_1) + \dots + a_n(x - x_0) \dots (x - x_{n-1})$$

bu yerda: $a_0, a_1, \dots, a_n$ -ayirmalar nisbati (bo'lingan ayirmalar) orqali topiladi.

Ayirmalar nisbati (bo'lingan ayirmalar). Ayirmalar nisbati Nyuton formulasining asosiy qismi hisoblanadi.

1-darajali bo'lingan ayirma:

$$f[x_0, x_1] = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$$

2-darajali bo'lingan ayirma:

$$f[x_0, x_1, x_2] = \frac{f(x_1, x_2) - f(x_0, x_1)}{x_2 - x_0}$$

Umumiy holda:

$$f[x_0, x_1, \dots, x_n] = \frac{f(x_1, \dots, x_n) - f(x_0, \dots, x_{n-1})}{x_n - x_0}$$

Nyuton formulasidagi koeffitsiyentlar quyidagicha aniqlanadi:

$$a_0 = f(x_0)$$

$$a_1 = f(x_0, x_1)$$

$$a_2 = f(x_0, x_1, x_2)$$

.

.

.

$$a_n = f(x_0, x_1, \dots, x_n)$$

Hisoblash algoritmi (qadamlar)

1. Berilgan nuqtalar jadvalini yozish

2. Bo'lingan ayirmalar jadvalini tuzish

3. Nyuton formulasiga koeffitsiyentlarni joylashtirish

4. Kerakli (x) qiymatda ko'phadni hisoblash

Kichik misol. Berilgan: $x = 1, 2, 4$ funksiyalarning qiymatlari $f(x) = 2, 5, 17$

1-darajali ayirmalar:

$$f(1, 2) = \frac{5-2}{2-1} = 3$$

$$f(2, 4) = \frac{17-5}{4-2} = 6$$

2-darajali ayirma:

$$f(1, 2, 4) = \frac{6-3}{4-1} = 1$$

Nyuton ko'phadi:

$$P_2(x) = 2 + 3(x-1) + 1(x-1)(x-2)$$

- ✓ Hisoblash oson
- ✓ Yangi nuqta qo'shilganda qayta hisoblash shart emas
- ✓ Kompyuterda hisoblashga juda qulay

Ko'pincha hayotda:

- ✓ hamma qiymatlar o'lchanmaydi,

- ✓ faqat ayrim nuqtalardagi ma'lumotlar bo'ladi,
- ✓ oraliqdagi qiymatni taxminiy topish kerak bo'ladi.
- ✓ shu yerda interpolyatsiya ishlatiladi.

Masala sharti. Avtomobilning ma'lum vaqt oralig'ida bosib o'tgan yo'li o'lchangan:

Vaqt (x) (soat)	Yo'l (s(x)) (km)
1	60
2	130
4	300

Savol: Avtomobil 3 soatda taxminan necha km yo'l bosadi?

Bu qiymat jadvalda yo'q, shuning uchun interpolyatsiya qilinadi.

1-qadam. Berilgan nuqtalarni belgilaymiz

$$x_0 = 1, s_0 = 60$$

$$x_1 = 2, s_1 = 130$$

$$x_2 = 4, s_2 = 300$$

2-qadam. Ayirmalar nisbatini hisoblaymiz. 1-darajali bo'lingan ayirmalar:

$$s[x_0, x_1] = \frac{130 - 60}{2 - 1} = 70$$

$$s[x_1, x_2] = \frac{300 - 130}{4 - 2} = 85$$

2-darajali bo'lingan ayirma:

$$s[x_0, x_1, x_2] = \frac{85 - 70}{4 - 1} = 5$$

3-qadam. Nyuton interpolyatsion formulasini yozamiz. 2-darajali Nyuton ko'phadi:

$$P_2(x) = s_0 + s(x_1, x_0)(x - x_0) + s(x_0, x_1, x_2)(x - x_0)(x - x_1)$$

Qiymatlarni qo'yamiz:

$$P_2(x) = 60 + 70(x - 1) + 5(x - 1)(x - 2)$$

4-qadam. $x = 3$ da hisoblaymiz

$$P_2(3) = 60 + 70(3 - 1) + 5(3 - 1)(3 - 2) = 210$$

Yakuniy javob:

$$s(3) \approx 210 \text{ km}$$

Demak, avtomobil 3 soatda taxminan 210 km yo‘l bosgan.

Hayotiy ma’nosi:

- Har bir soatda yo‘lni o‘lchash qiyin bo‘lishi mumkin
- Lekin mavjud ma’lumotlar asosida aniq taxmin qilish mumkin
- Shu sababli Nyuton interpolatsiyasi:
 - transportda,
 - fizika va muhandislikda,
 - iqtisodiy hisoblarda keng ishlatiladi

Xulosa: Ayirmalar nisbati yordamida interpolatsiyani hisoblash usuli real hayotda tez-tez uchraydigan, barcha qiymatlarni to‘liq o‘lchash imkoni bo‘lmagan holatlarda muhim ahamiyatga ega. Bu usul berilgan ayrim nuqtalardagi ma’lumotlar asosida oraliq qiymatlarni aniqlash imkonini beradi. Ayirmalar nisbati funksiyaning qiymatlari orasidagi o‘zgarish tezligini ifodalaydi va interpolatsion ko‘phad tuzishda asosiy rol o‘ynaydi. Ushbu usul yordamida tuzilgan Nyuton interpolatsion formulasi hisoblash jihatidan qulay bo‘lib, yangi ma’lumotlar qo‘shilganda ko‘phadni qayta tuzmasdan davom ettirish imkonini beradi. Mazkur usul transportda yo‘l va tezlikni aniqlashda, energetikada sarfni hisoblashda, tibbiyotda dori ta’sirini baholashda, meteorologiyada ob-havo ko‘rsatkichlarini taxminlashda hamda iqtisodiy jarayonlarni modellashtirishda keng qo‘llaniladi. Shunday qilib, ayirmalar nisbati yordamida interpolatsiya nafaqat matematik nazariya, balki amaliy masalalarni yechishda ham samarali vosita hisoblanadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Burden R. L., Faires J. D. *Numerical Analysis*. Cengage Learning, 2011.
2. Atkinson K. E. *An Introduction to Numerical Analysis*. Wiley, 1989.
3. Chapra S. C., Canale R. P. *Numerical Methods for Engineers*. McGraw-Hill, 2015.
4. Quarteroni A., Sacco R., Saleri F. *Numerical Mathematics*. Springer, 2007.
5. Conte S. D., de Boor C. *Elementary Numerical Analysis: An Algorithmic Approach*. McGraw-Hill, 1980.