

TENG ORALIQLI TUGUNLARDA NYUTON INTERPOLYATSION FORMULASI YORDAMIDA YAQINLASHTIRISH

Shovkatjonov K.

FarDU talabasi, shovkatjonovkomiljon0506@gmail.com

Annotatsiya: Mazkur ishda teng oraliqli tugunlarda berilgan funksiyani Nyuton interpolatsion formulasi yordamida yaqinlashtirish masalasi ko'rib chiqiladi. Nyutonning oldinga va orqaga interpolatsiya formulalaridan foydalanib, jadval ko'rinishida berilgan ma'lumotlar asosida oraliq qiymatlarni aniqlash usullari bayon etiladi. Interpolatsiya ko'phadlarini tuzish jarayoni, chekli ayirmalar jadvali va usulning amaliy qo'llanilishi tahlil qilinadi. Ushbu yondashuv hisoblash matematikasi va muhandislik masalalarida funksiyalarni taxminiy hisoblashda muhim ahamiyatga ega.

Kalit so'zlar: Nyuton interpolatsiyasi, teng oraliqli tugunlar, chekli ayirmalar, interpolatsion ko'phad, oldinga interpolatsiya formulasi, orqaga interpolatsiya formulasi, sonli usullar.

Kirish. Interpolatsiya berilgan nuqtalardagi (tugunlardagi) funksiyaning qiymatlaridan foydalanib, oraliqdagi noma'lum qiymatlarni taxminiy hisoblash usulidir. Agar tugunlar teng oraliqda joylashgan bo'lsa, Nyutonning oldinga (forward) va orqaga (backward) interpolatsion formulalari juda qulay hisoblanadi.

Teng oraliqli tugunlar. Agar tugunlar quyidagicha berilgan bo'lsa: $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ va ular orasidagi farq doimiy bo'lsa: $h = x_{i+1} - x_i = \text{const}$ unda tugunlar teng oraliqli deyiladi.

Nyutonning oldinga interpolatsion formulasi. Bu formula boshlang'ich nuqtaga yaqin qiymatlar uchun ishlatiladi.

Formula:

$$P_n(x) = y_0 + p\Delta y_0 + \frac{p(p-1)}{2!}\Delta^2 y_0 + \frac{p(p-1)(p-2)}{3!}\Delta^3 y_0 + \dots$$

bu yerda:

$$\triangleright \quad p = \frac{x - x_0}{h}$$

$$\triangleright \quad \Delta y_0 = y_1 - y_0$$

- $\Delta^2 y_0 = \Delta y_1 - \Delta y_0$
- $\Delta^3 y_0$ -uchinchi tartibli ayirma va hokazo

Ayirmalar jadvali. Nyuton formulasini qo'llash uchun oldinga ayirmalar jadvali tuziladi:

x	y	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$
x_0	y_0			
x_1	y_1	Δy_0		
x_2	y_2	Δy_1	$\Delta^2 y_0$	
x_3	y_3	Δy_2	$\Delta^2 y_1$	$\Delta^3 y_0$

Nyutonning orqaga interpolyatsion formulasi. Bu formula oxirgi tugunga yaqin nuqtalar uchun ishlatiladi.

Formula:

$$P_n(x) = y_n + p\Delta y_n + \frac{p(p+1)}{2!}\Delta^2 y_n + \frac{p(p+1)(p+2)}{3!}\Delta^3 y_n + \dots$$

bu yerda:

- $p = \frac{x - x_n}{h}$
- $\Delta y_n = y_n - y_{n-1}$

Qaysi formulani tanlash kerak?

Agar $x \approx x_0$ bo'lsa $\rightarrow$ Nyuton oldinga

Agar $x \approx x_n$ bo'lsa $\rightarrow$ Nyuton orqaga

Hayotiy masala: Avtomobilning yo'l bosishini aniqlash. Avtomobilning ma'lum vaqtlardagi bosib o'tgan yo'li quyidagi jadvalda berilgan:

Vaqt (soat)	Bosib o'tilgan yo'l (km)
0	0
1	60

Vaqt (soat)	Bosib o'tilgan yo'l (km)
2	130
3	210

Savol: Avtomobil 1,5 soatda taxminan nechta kilometr yo'l bosgan?

1. Masalaning mohiyati

Vaqlar teng oraliqli: $h=1$ soat

Noma'lum nuqta: $x=1.5$

Bu nuqta boshlang'ich qiymatga yaqin, shuning uchun Nyutonning oldinga interpolatsion formulasi ishlatiladi.

2. Ayirmalar jadvali:

x	y	Δy	$\Delta^2 y$
0	0	60	10
1	60	70	
2	130	80	
3	210		

Hisoblash:

$$\begin{aligned}\Delta y_0 &= 60 - 0 = 60 \\ \Delta y_1 &= 130 - 60 = 70 \\ \Delta y_2 &= 210 - 130 = 80 \\ \Delta^2 y_0 &= 70 - 60 = 10\end{aligned}$$

3. Nyuton oldinga formulasi

$$\begin{aligned}p &= \frac{1.5 - 0}{1} = 1.5 \\ y &\approx 0 + 1.5 * 60 + \frac{1.5(1.5 - 1)}{2} * 10 \approx 93.75\end{aligned}$$

4. Yechim. Avtomobil 1,5 soatda taxminan 94 km yo'l bosgan.

Xulosa: Teng oraliqli tugunlarda Nyuton interpolatsion formulasi berilgan ma'lumotlar asosida oraliq qiymatlarni aniqlash uchun qulay va samarali usuldir. Ushbu usulda hisoblashlar ayirmalar jadvali orqali olib boriladi va bu jarayonni

soddalashtiradi. Nyutonning oldinga formulasi boshlang'ich nuqtaga yaqin qiymatlar uchun, orqaga formulasi esa oxirgi tugunga yaqin qiymatlar uchun qo'llaniladi. Hayotiy masalalarda, masalan, transport harakati, harorat o'zgarishi yoki ishlab chiqarish jarayonlarini tahlil qilishda bu usul real natijalarga yaqin taxminlar beradi.

Shunday qilib, Nyuton interpolyatsiyasi:

- ma'lumotlar orasidagi bog'lanishni aniqlashga yordam beradi;
- tajriba va kuzatuv natijalarini tahlil qilishda foydalidir;
- amaliy masalalarni yechishda vaqt va hisoblashni tejaydi.

Bu usul sonli hisoblashlarda muhim o'rin tutadi va amaliy jihatdan katta ahamiyatga ega.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Ахмедов М. А. Sonli usullar. – Toshkent: O'qituvchi, 2015.
2. Абдуллаев Р. Х. Hisoblash matematikasi asoslari. – Toshkent: Fan, 2012.
3. Burden R. L., Faires J. D. Numerical Analysis. – Boston: Cengage Learning, 2011.
4. Kreyzig E. Advanced Engineering Mathematics. – New York: Wiley, 2010.
5. Atkinson K. An Introduction to Numerical Analysis. – New York: Wiley, 1989.
6. Chapra S. C., Canale R. P. Numerical Methods for Engineers. – New York: McGraw-Hill, 2015.
7. Hildebrand F. B. Introduction to Numerical Analysis. – New York: Dover Publications, 2003.
8. Conte S. D., de Boor C. Elementary Numerical Analysis. – New York: McGraw-Hill, 1980.
9. Süli E., Mayers D. An Introduction to Numerical Analysis. – Cambridge: Cambridge University Press, 2003.
10. Quarteroni A., Sacco R., Saleri F. Numerical Mathematics. – Berlin: Springer, 2007.