EHTIMOLLAR NAZARIYASINI O‘QITISHDA PEDAGOGIK VA PSIXOLOGIK YONDASHUVLAR

Uraimova D.B.

QarDU magistranti, durdonau333@gmail.com

Annotatsiya. Mazkur maqolada ehtimollar nazariyasini o‘qitish jarayonida pedagogik va psixologik yondashuvlarning ahamiyati tahlil qilinadi. Zamonaviy ta’lim tizimida matematik bilimlarni samarali o‘zlashtirish o‘quvchilarning bilish faoliyati, tafakkuri va motivatsiyasini hisobga olgan holda tashkil etilishini talab qiladi. Tadqiqotda ehtimollar nazariyasini o‘qitishda interfaol metodlar, muammoli ta’lim va vizual yondashuvlardan foydalanish samaradorligi o‘rganildi. Shuningdek, ehtimollik tushunchalarini o‘rgatishda matematik formulalar va modellashtirish usullaridan foydalanishning didaktik ahamiyati tahlil qilindi. Tadqiqot natijalari pedagogik va psixologik yondashuvlarning uyg‘unligi o‘quvchilarning matematik tafakkurini rivojlantirishga va ehtimollik tushunchalarini chuqurroq o‘zlashtirishga yordam berishini ko‘rsatdi.

Kalit so‘zlar: ehtimollar nazariyasi, matematika ta’limi, pedagogik yondashuv, psixologik yondashuv, tasodifiy hodisa, interfaol metodlar, matematik modellashtirish.

KIRISH. Matematika ta’limi zamonaviy ta’lim tizimining muhim tarkibiy qismlaridan biri hisoblanadi. Matematika nafaqat nazariy bilimlarni shakllantiradi, balki o‘quvchilarning mantiqiy fikrlash, tahlil qilish va muammolarni hal qilish ko‘nikmalarini ham rivojlantiradi.

Matematikaning muhim bo‘limlaridan biri bo‘lgan ehtimollar nazariyasi tasodifiy hodisalarni o‘rganish va ularning yuz berish ehtimolini aniqlash bilan shug‘ullanadi. Ehtimollar nazariyasi iqtisodiyot, texnika, informatika, statistika va sun’iy intellekt kabi sohalarda keng qo‘llaniladi.

Ehtimollar nazariyasining asosiy tushunchalaridan biri tasodifiy hodisa tushunchasidir. Tasodifiy hodisa – bu tajriba natijasida yuz berishi yoki bermasligi mumkin bo‘lgan hodisadir. Agar hodisa A deb belgilansa, uning ehtimolligi quyidagi formula orqali aniqlanadi:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

bu yerda: m – hodisa yuz berishi mumkin bo‘lgan holatlar soni, n– barcha mumkin bo‘lgan natijalar soni.

Masalan, kubik tashlanganda juft son tushish ehtimoli:

$$P(A) = \frac{3}{6} = 0.5$$

Bunday tushunchalarni o‘qitishda o‘quvchilar ko‘pincha abstrakt fikrlash qiyinchiligiga duch keladilar. Shu sababli pedagogik va psixologik yondashuvlardan foydalanish muhim ahamiyatga ega.

Mazkur maqolaning maqsadi ehtimollar nazariyasini o‘qitishda pedagogik va psixologik yondashuvlarning samaradorligini o‘rganish va ularni ta’lim jarayonida qo‘llash bo‘yicha tavsiyalar ishlab chiqishdan iborat.

MASALANI QO‘YILISHI VA YECHISH METODIKASI. Tadqiqot davomida quyidagi ilmiy usullardan foydalanildi:

- pedagogik kuzatish
- taqqoslash va tahlil
- pedagogik tajriba
- statistik tahlil
- so‘rovnoma va test usullari.

Tadqiqot jarayonida ehtimollar nazariyasini o‘qitishda bir qator pedagogik metodlardan foydalanildi.

Interfaol metodlar

Interfaol metodlar o‘quvchilarning faol o‘quv faoliyatini ta’minlaydi. Masalan:

- guruhli muhokama
- “aqliy hujum”
- muammoli vaziyatlar yaratish.

Bu metodlar o‘quvchilarning mustaqil fikrlashini rivojlantiradi.

Muammoli ta’lim metodi

Muammoli ta’lim jarayonida o‘quvchilarga real hayotiy vaziyatlar asosida ehtimollik masalalari beriladi.

Masalan: Bir qopda 4 ta qizil va 6 ta ko‘k shar bor. Tasodifiy bitta shar tanlansa, qizil shar chiqish ehtimoli:

$$P(A)=\frac{4}{10}=0.4$$

Bu turdagi misollar o‘quvchilarning ehtimollik tushunchasini yaxshiroq anglashiga yordam beradi.

Kombinatorika elementlaridan foydalanish

Ko‘plab ehtimollik masalalari kombinatorika bilan bog‘liq. Masalan, kombinatsiyalar soni quyidagi formula bilan aniqlanadi:[1-3]

$$C_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Bu formula ehtimollik masalalarini yechishda muhim rol o‘ynaydi.

SONLI NATIJALAR VA TAHLILI.

Tadqiqot natijalariga ko‘ra, ehtimollar nazariyasini o‘qitishda pedagogik va psixologik yondashuvlardan foydalanish o‘quvchilarning bilim darajasiga ijobiy ta’sir ko‘rsatdi.

Pedagogik tajriba davomida quyidagi natijalar kuzatildi:[7]

- o‘quvchilarning mavzuga qiziqishi oshdi
- matematik tushunchalarni tushunish darajasi yaxshilandi
- mustaqil fikrlash ko‘nikmalari rivojlandi.

Misol sifatida tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi tushunchasi o‘rgatildi.

Agar tasodifiy miqdor X quyidagi qiymatlarni qabul qilsa:

$$X=\ x_1,x_2,x_3,\ldots,x_n$$

unda matematik kutilma quyidagicha aniqlanadi:[4-6]

$$E(X)=\sum_{i=1}^{n}x_iP(x_i)$$

Bu formula orqali o‘quvchilar statistik tahlilni o‘rganadilar.

MUHOKAMA. Olingan natijalar shuni ko‘rsatadiki, ehtimollar nazariyasini o‘qitishda faqat an’anaviy ma’ruza usulidan foydalanish yetarli emas. Zamonaviy pedagogik texnologiyalar va psixologik yondashuvlar o‘quv jarayonining samaradorligini oshiradi. Psixologik jihatdan o‘quvchilar tasodifiy hodisalarni real hayot misollari orqali tezroq tushunadilar. Masalan:

- ob-havo prognozi
- sport natijalari
- statistika ma’lumotlari.

Shuningdek, matematik modellashtirish va formulalar orqali tushuntirish o‘quvchilarning mantiqiy fikrlashini rivojlantiradi. Pedagogik tajribalar shuni ko‘rsatdiki, interfaol metodlar qo‘llanilgan sinflarda o‘quvchilar ehtimollik masalalarini yechishda yuqori natijalarga erishdilar.

XULOSA. Ehtimollar nazariyasini samarali o‘qitish uchun pedagogik va psixologik yondashuvlarni uyg‘unlashtirish muhim hisoblanadi. Interfaol metodlar, muammoli ta’lim va matematik modellashtirish usullaridan foydalanish o‘quvchilarning matematik tafakkurini rivojlantiradi. Shuningdek, ehtimollik formulalarini amaliy misollar bilan tushuntirish o‘quvchilarning mavzuni chuqurroq o‘zlashtirishiga yordam beradi. Kelgusida matematika ta’limida zamonaviy pedagogik texnologiyalarni keng qo‘llash ta’lim sifatini oshirishga xizmat qiladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Kolmogorov A.N. Foundations of the Theory of Probability. – New York: Chelsea Publishing Company, 1956.
2. Gnedenko B.V. Kurs teorii veroyatnostey. – Moskva: Nauka, 1988.
3. Feller W. An Introduction to Probability Theory and Its Applications. – New York: Wiley, 1968.
4. Ross S. A First Course in Probability. – New Jersey: Pearson Education, 2014.
5. Abdullayev B., Xolmatov T. Matematika o‘qitish metodikasi. – Toshkent: O‘qituvchi, 2015.
6. Jo‘rayev R.X. Pedagogika nazariyasi va amaliyoti. – Toshkent: Fan, 2017.
7. Tolipov O‘., Usmonboyeva M. Pedagogik texnologiyalar nazariyasi va amaliyoti. – Toshkent: Fan, 2010.

ELLIPTIK TENGLAMALAR UCHUN GALERKIN USULI YORDAMIDA VARIATSION -AYIRMALI YECHIM

Ergasheva M.N.

FarDU talabasi, mahilyoyoqubova27@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu maqolada elliptic turdagi chegaraviy masalalarni yechishda keng qo'llaniladigan Galyorkin usuli asosida variatsion ayirmali yondashuv bayon qilinadi.Elliptik tenglamaning kuchsiz qo'yilishi, funksiya fazolari sinov funksiyalar tanlovi hamda diskretlash jarayoni bosqichma bosqich keltiriladi.

Kalit so'zlar: Elliptik tenglamalar, Galyorkin usuli, variatsion qo'yilish, variatsion – ayirmali usul, chegaraviy masala.

Galyorkin usuli xususiy hosilali differnsial tenglamalarni taqribiy yechishga mo'ljallangan variatsion usullardan biri bo'lib, u og'irlik funksiyalari usuli sinfiga kiradi. Ushbu usul XX asr boshlarida rus matematigi B.G.Galyorkin tomonidan taklif qilingan bo'lib, differensial tenglamalarni taqribiy yechishda keng qo'llaniladi.

Galyorkin usulining asosiy g'oyasi shundan iboratki, differensial tenglamalarning aniq yechim o'rniga oldindan tanlangan Cheklangan o'lchamli fazoda taqribiy yechim izlanadi va qoldiq funksiya shu fazodagi funksiyalarga ortoganal qilinadi.

Galyorkin usulining g'oyasi. Rits usulining asosiy kamchiligi shundaki, u faqat operatori simmetrik va musbat bo'lgan tenglamalarga qo'llaniladi. Akademik B.G.Galyorkin 1915 yilda shunday usul taklif qildiki, u Rits usuliga nisbatan umumiydir. Bu usul xech qanday variatsion masala bilan bog'liq emas, shuning uchun ham u batamom universal usul hisoblanadi. Bu usulni elliptik, parabolik va giperbolik tenglamalarga, xatto ular variatsion masala bilan bog'liq bo'lmasa xam, katta muvaffaqiyat bilan qo'llash mumkin. Agar tenglamaning operatori simmetrik va musbat bo'lsa, Galyorkin usuli osonroq yo'l bilan Rits usuli beradigan taqribiy yechimni beradi. Taqribiy yechimning koeffitsiyentlarini aniqlaydigan chiziqli algebraik tenglamalar sistemasi bir hil bo'ladi. Galyorkin usulining yaqinlashishini akademik M.V. Keldish ko'rsatgan.

Endi Galyorkin usulining asosiy g'oyasi bilan tanishamiz. Faraz qilaylik,

$$Au = f(x,y) \quad (1)$$

tenglama berilgan bo‘lib, A - qandaydir ikki o‘zgaruvchili differensial operator bo‘lsin va (1) tenglamaning yechimi bir jinsli chegaraviy shartlarni qanoatlantirsin. Bu masalaning yechimini quyidagi ko‘rinishda izlaymiz:

$$u_n(x,y) = \sum_{k=1}^{n} a_k \psi_k(x,y) \quad (2)$$

bu yerda $\psi_1(x,y), \psi_2(x,y), ..., \psi_n(x,y)$ funksiyalar berilgan G sohada to‘liq bo‘lgan chiziqli erkli $\psi_k(x)\ _{k=1}^{\infty}$ sistemaning avvalgi n tasi bo‘lib, bir jinsli chegaraviy shartlarni qanoatlantiradi. Taqribiy yechim $u_n(x,y)$ aniq yechimga aylanishi uchun $\varepsilon_n(x,y) = A\ u_n(x,y) - f(x,y)$ ifoda aynan nolga aylanishi kerak. Agar $\varepsilon_n(x,y)$ uzluksiz bo‘lsa, bu talab $\varepsilon_n(x,y)$ funksiya $\psi_k(x)\ _{k=1}^{\infty}$ sistemaning barcha funksiyalariga ortogonal bo‘lishi bilan teng kuchlidir. Ammo bizda faqat n ta $a_1, a_2, ..., a_n$ o‘zgarmaslar bo‘lganligi sababli ortogonallik shartining faqat n tasini qanoatlantira olamiz. Bu shartlar quyidagi tenglamalar sistemasiga olib keladi:

$$\iint_G \ A\ u_n(x,y)\ - f(x,y)\ \ \psi_j(x,y)dxdy = 0$$

yoki

$$\iint_G \ A\ u_n(x,y)\ \psi_j(x,y)\ \ dxdy = \iint_G f(x,y)\psi_j(x,y)dxdy$$

Ushbu a_i koeffitsiyentlarni topishga xizmat qiladi. Agar A operator chiziqli bo‘lsa, u holda bu sistema $a_1, a_2, ..., a_n$ larga nisbatan chiziqli algebraik tenglamalar sistemasidan iborat bo‘ladi. Bu sistemadan a_j larni topib (2) ga ko‘ysak, kerakli taqribiy yechimni xosil qilamiz.

Galyorkin metodida, yechimni yakunlash uchun asosiy funksiyalar (sinusoidal yoki polinomial funktsiyalar) tanlanadi va bu funksiya majmuasi orqali differensial tenglama yechiladi.

Agar berilgan masala variatsion shaklga ega bo‘lsa (elliptik tenglamalarda ko‘pincha shunday bo‘ladi), u holda Galyorkin usuli tabiiy ravishda variatsion formuladan kelib chiqadi.

Masalan, Puasson tenglamasi uchun:

$$\Delta u = f$$

variatsion ko‘rinish:

$$\int_{\Omega} \Delta u \Delta v d\Omega = \int_{\Omega} f v d\Omega$$

bu yerda v sinov funksiyasi bo‘lib, Galyorkin usulida $v = \varphi_j$ deb olinadi.

Galyorkin usulining algoritmi quyidagi bosqichlarda amalga oshiriladi:

1. Hisoblash sohasi tanlanadi,
2. Funksional fazo aniqlanadi,
3. Bazis funksiyalar tanlanadi,
4. Taqribiy yechim yoziladi,
5. Variatssion tenglama tuziladi,
6. Algebraic tenglamalar sistemasi hosil qilinadi,
7. Sistema yechilib, noma’lum koeffitsientlar aniqlanadi.

Galyorkin usuli rits usuli, Chegaralangan elementlar usuli, variatsion ayirmali usullar bilan uzviy bog’liq. Ayniqsa, Chegaralangan elementlar usuli galyorkin usuliga asoslanadi.

Misol.

Biz $\Omega = \{(x, y),\ 0 < x < 1,\ 0 < y < 1\}$ sohada $u_{xx} + u_{yy} = x^{2,}$ $u(x,0) = 0$, $u(0, y) = 0$ boshlang’ich va $u(x,1) = x$, $u(1, y) = y$ chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi Puasson masalasini Galyorkin usuli yordamida variatsion – ayirmali yechimini ko’rib chiqamiz.

Biz masalamiz uchun bazis funksiyasini tanlaymiz,

$$\varphi_0 = xy$$

$$\varphi_{ij}(x, y) = c_{ij} x^i (1 - x) y^j (1 - y)$$

va taqribiy yechimni topamiz,

$$u_h(x,y)=c_{ij}\varphi_{ij}(x,y)=c_{ij}x^i(1-x)y^j(1-y)$$

Endi biz

$$\int_{\Omega}\Delta u(x,y)\varphi_{ij}(x,y)dxdy=\int_{\Omega}f(x,y)\varphi_{ij}(x,y)dxdy$$

Integralni yoyib chiqamiz,

$$\int_0^1\int_0^1 (u_{xx}+u_{yy})c_{ij}x(1-x)y(1-y)dxdy=\int_0^1\int_0^1 x^2c_{ij}x(1-x)y(1-y)dxdy$$

keying qiladigan ishimiz $i=\overline{1,2};\ j=\overline{1,2}$ larga son berib chiqamiz va 4 ta noma'lumli tenglamalar sistemasini hosil qilamiz, bu yerdan u_{xx} va u_{yy} larni topamiz,

$$u_{xx}=-2c_{ij}(y-y^2);\ \ u_{yy}=-2c_{ij}(x-x^2)$$

u_{xx} va u_{yy} larni topdik,

endi biz u_{xx} va u_{yy} larni quyidagi integral o'rniga qo'yamiz,

$$\begin{cases}\int_0^1\int_0^1 (-2c_{11}(y-y^2)-2c_{11}(x-x^2))c_{11}x(1-x)y(1-y)dxdy=\int_0^1\int_0^1 x^2c_{11}x(1-x)y(1-y)dxdy\\ \int_0^1\int_0^1 (-2c_{12}(y-y^2)-2c_{12}(x-x^2))c_{12}x(1-x)y^2(1-y)dxdy=\int_0^1\int_0^1 x^2c_{12}x(1-x)y^2(1-y)dxdy\\ \int_0^1\int_0^1 (-2c_{21}(y-y^2)-2c_{21}(x-x^2))c_{21}x^2(1-x)y(1-y)dxdy=\int_0^1\int_0^1 x^2c_{21}x^2(1-x)y(1-y)dxdy\\ \int_0^1\int_0^1 (-2c_{22}(y-y^2)-2c_{22}(x-x^2))c_{22}x^2(1-x)y^2(1-y)dxdy=\int_0^1\int_0^1 x^2c_{22}x^2(1-x)y^2(1-y)dxdy\end{cases}$$

integrallarni hisoblaymiz,

$$\begin{cases}-\dfrac{c_{11}^2}{45}=\dfrac{c_{11}}{120}\\ -\dfrac{c_{12}^2}{90}=\dfrac{c_{12}}{240}\\ -\dfrac{c_{21}^2}{90}=\dfrac{c_{21}}{180}\\ -\dfrac{c_{22}^2}{180}=\dfrac{c_{22}}{360}\end{cases}$$

tenglamalar sistemasidan noma'lumlarni topamiz,

$$\begin{cases} c_{11} = -\dfrac{3}{8} \\ c_{12} = -\dfrac{3}{8} \\ c_{21} = -\dfrac{1}{2} \\ c_{22} = -\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

noma’lumlarni topib oldik endi umumiy yechimga qo’yamiz.

$$u_{ij}(x,y) = \varphi_0(x,y) + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} c_{ij}\varphi_{ij}(x,y)$$

umumiy formula shu ko’rinishda bo’ladi o’rniga qo’yamiz,

$$u_{ij}(x,y) = xy + \sum_{0}^{1}\sum_{0}^{1} c_{ij}x^i(1-x)y^j(1-x)$$

c_{ij} larni o’rniga qo’yib maasalamizni umumiy ko’rinishini topamiz.

$$u_{ij} = xy - \frac{3}{8}x(1-x)y(1-y) - \frac{3}{8}x(1-x)y^2(1-y) - \frac{1}{2}x^2(1-x)y(1-y) - \frac{1}{2}x^2(1-x)y^2(1-y)$$

masalamiz yechildi.

Endi misolimizni dasturini tuzamiz.

```
clc; clear;
syms x y
syms c11 c12 c21 c22

phi11 = x*(1-x)*y*(1-y);        % Bazis funksiyalar
phi12 = x*(1-x)*y^2*(1-y);
phi21 = x^2*(1-x)*y*(1-y);
phi22 = x^2*(1-x)*y^2*(1-y);
u = c11*phi11 + c12*phi12 + c21*phi21 + c22*phi22;  % Taqribiy yechim
uxx = diff(u, x, 2);     % Ikkinchi hosilalar
uyy = diff(u, y, 2);
f = x^2;     % O'ng tomon
phi = [phi11, phi12, phi21, phi22];     % Bazislar ro'yxati
```