

BESSEL TENGLAMASIGA KELITIRILADIGAN TENGLAMA UCHUN KO'RINISHI O'ZGARGAN KOSHI MASALASI

AZIZOV M.S., HOLIQNAZAROV H.T.

FarDU dotsenti, muzaffar.azizov.1988@gmail.com

FarDU talabasi, holiqnazarov001@gmail.com

Annotatsiya: Mazkur ish buziladigan ikkinchi tartibli oddiy differensial tenglamalar uchun ko'rinishi o'zgargan Koshi masalasini o'rganishga bag'ishlanadi. Tadqiqot davomida berilgan tenglama maxsus almashtirishlar yordamida Bessel tenglamasiga keltirilgan va uning umumiy yechimi Bessel funksiyalari orqali ifodalangan. Boshlang'ich shartlar asosida ixtiyoriy konstantalar aniqlangan hamda yechim topilgan.

Kalit so'zlar: buziladigan ikkinchi tartibli oddiy differensial tenglama, ko'rinishi o'zgargan Koshi masalasi, Bessel tenglamasi, Bessel funksiyalari, boshlang'ich shartlar,

Kirish. Hozirgi zamon amaliy matematika va matematik fizika masalalarida oddiy differensial tenglamalar muhim o'rin tutadi. Tabiiy va texnik jarayonlarning ko'pchiligi harakat, tezlik, kuch va energiya kabi kattaliklar orasidagi bog'lanishlar orqali ifodalanib, differensial tenglamalar yordamida modellashtiriladi. Ayniqsa, mexanika, gidrodinamika, aerodinamika va boshqa sohalarida qarshilik kuchi hisobga olingan harakat tenglamalari keng qo'llaniladi.

Ma'lumki,

$$x^2 y''(x) + xy'(x) + (x^2 - \nu^2) y(x) = 0$$

ko'plab amaliy masalalar natijasida o'zgaruvchilarni ajratish yoki maxsus almashtirishlar yordamida buziladigan ikkinchi tartibli differensial tenglamalar hosil bo'ladi. Shunday tenglamalarning muhim va keng tarqalgan ko'rinishlaridan biri Bessel tenglamasidir.

Asosiy qism

Quyidagi ikkinchi tartibli buziladigan oddiy differensial tenglamani qaraylik:

$$y''(x) + (e^{2x} - g^2) y(x) = 0 \quad (1)$$

Masala:(1) tenglamani va quyidagi

$$y(0) = k_1 \quad g y(0) + y'(0) = k_2 \quad (2)$$

Boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi $y(x)$ funksiya topilsin.

Yechish:(1) tenglamada quyidagi almashtirishlarni bajaramiz:

$$y(x) = z(t) \quad t = e^x \quad (3)$$

(3) tenglamadan kerakli hosilalarni olamiz va (1) tenglikka qo'yib quyidagi

$$z'' + \frac{z'}{e^x} + (1 - \frac{g^2}{e^{2x}}) z = 0 \quad (4)$$

tenglikka ega bo'lamiz. Ma'lumki (4) tenglama Bessel tenglamasi. Uning yechimi

$$y(x) = \frac{\pi}{2} \frac{k_1 J_{-g+1}(1) + k_2 J_{-g}(1)}{\sin(g\pi)} J_g(e^x) + \frac{\pi}{2} \frac{k_1 J_{g-1}(1) - k_2 J_g(1)}{\sin(g\pi)} J_{-g}(e^x) \quad (5)$$

kabi topiladi. (3) almashtirish va (5) tenglikka asoslanib (1) tenglamaning umumiy yechimini

$$y(x) = C_1 J_g(t) + C_2 J_{-g}(t) \quad (6)$$

kabi yozib olamiz. (6) tenglamani (2) boshlang'ich shartlarga bo'ysundirib quyidagi tenglamalar sistemasiga ega bo'lamiz:

$$\begin{cases} C_1 J_{\vartheta}(1) + C_2 J_{-\vartheta}(1) = k_1 \\ C_1 J_{\vartheta-1}(1) - C_2 J_{-\vartheta+1}(1) = k_2 \end{cases} \quad (7)$$

Kramer usulidan foydalanib (7) tenglamalar sistemasidan C_1 va C_2 ni topamiz.

$$C_1 = \frac{\pi}{2} \frac{k_1 J_{-\vartheta+1}(1) + k_2 J_{-\vartheta}(1)}{\sin(\vartheta\pi)} \quad \text{va} \quad C_2 = \frac{\pi}{2} \frac{k_1 J_{\vartheta-1}(1) - k_2 J_{\vartheta}(1)}{\sin(\vartheta\pi)} \quad (8)$$

Natijada biz (6) va (8) dan foydalanib (2) boshlang'ich shartlarga bo'ysunuvchi (1) masalaning yechimini

$$y(x) = \frac{\pi}{2} \frac{k_1 J_{-\vartheta+1}(1) + k_2 J_{-\vartheta}(1)}{\sin(\vartheta\pi)} J_{\vartheta}(e^x) + \frac{\pi}{2} \frac{k_1 J_{\vartheta-1}(1) - k_2 J_{\vartheta}(1)}{\sin(\vartheta\pi)} J_{-\vartheta}(e^x) \quad (9)$$

ko'rinishida aniqlaymiz.

XULOSA

Ushbu ishda Bessel tipidagi buziladigan ikkinchi tartibli oddiy differensial tenglama uchun ko'rinishi o'zgargan Koshi masalasi o'rganildi. Tenglama mos almashtirishlar yordamida klassik Bessel tenglamasiga keltirildi va uning umumiy yechimi Bessel funksiyalari orqali ifodalandi. Boshlang'ich shartlar asosida ixtiyoriy konstantalar aniq qiymatlar bilan topildi hamda yechim yozib olindi. Olingan natijalar bunday turdagi tenglamalarni tahlil qilishda Bessel funksiyalari nazariyasining samarali vosita ekanligini tasdiqladi. Ish natijalari amaliy masalalarni, xususan mexanika va matematik fizika sohasidagi jarayonlarni modellashtirish va yechishda muhim ahamiyat kasb etadi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Boucherif, A. (2002). *First-order differential inclusions with nonlocal initial conditions*. *Applied Mathematics and Computation*, 125(2-3), 209–217.
2. Ntouyas, S. K. (2006). *Chapter 6 Nonlocal Initial and Boundary Value Problems*. *Handbook of Differential Equations: Ordinary Differential Equations*, 3, 377–479.
3. Pontryagin, L. S. (1962). *Ordinary differential equations*. Reading, Mass.: Addison-Wesley Pub. Co.
4. Kamke, E. (1977). *Spravochnik po obyknovennym differentsialnym uravneniyam*. Moskva: Nauka.
5. Urinov A.Q. (2014). *Oddiy differensial tenglamalar uchun chegaraviy masalalar*. Toshkent: Mumtoz so'z.
6. Watson, G. N. (1944). *A Treatise on the Theory of Bessel Functions* (2nd ed.). Cambridge: Cambridge University Press.
7. Abramowitz, M., & Stegun, I. A. (1964). *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. Washington: National Bureau of Standards.