

## GENETIK DASTURLASH ALGORITMI VA UNI KLASSIK SONLI USULLAR BILAN SOLISHTIRISH *TURDALIYEV A., SHARIPOVA SH., ISMOILOVA H., TOJIALIYEVA M., KAMOLOVA K.*

FargDU talabalari, asqarjon.0514@gmail.com

*Annotatsiya. Ushbu maqolada genetik dasturlash (Genetic Programming, GP) algoritmi nazariy jihatdan o'rganilgan hamda uning klassik sonli usullar bilan qiyosiy tahlili amalga oshirilgan. Tadqiqotning dolzarbligi shundaki, zamonaviy hisoblash fanlarida ma'lumotlardan matematik qonuniyatlarni avtomatik ravishda topish masalasi tobora muhim ahamiyat kasb etmoqda. Genetik dasturlash evolyutsion hisoblash paradigmasiga asoslanib, matematik ifodalar populyatsiyasini crossover, mutatsiya va saralash operatorlari yordamida rivojlantiradi va berilgan ma'lumotlarga eng mos formulani topadi. Tadqiqotda GP algoritmi noldan Python dasturlash tilida amalga oshirilgan va eng kichik kvadratlar usuli (EKK), Nyuton-Rafson, bisektsiya hamda vatarlar usullari bilan solishtiruvchi veb-platforma yaratilgan. Sinov natijalari shuni ko'rsatdiki, GP murakkab nolinear funksiyalarni aniqlashda klassik polinomial yaqinlashtirish usullaridan sezilarli darajada ustun turadi, ammo oddiy funksiyalar uchun EKK tezligi va soddaligi jihatidan afzal bo'lib qoladi. Tadqiqot natijalari sonli usullar kursida GP algoritmini qo'shimcha vosita sifatida o'rganish maqsadga muvofiqligi haqida ilmiy asos yaratadi.*

*Kalit so'zlar: genetik dasturlash, evolyutsion algoritm, simvolik regressiya, sonli usullar, eng kichik kvadratlar usuli, Nyuton usuli, bisektsiya usuli, daraxt ko'rinishi, fitness funksiya, crossover, mutatsiya, matematik modellash*

**KIRISH.** Zamonaviy fan va texnologiyaning jadal rivojlanishi sharoitida empirik ma'lumotlardan matematik qonuniyatlarni aniqlash masalasi alohida ahamiyat kasb etmoqda. An'anaviy yondashuvlarda tadqiqotchi avval funksiyaning shaklini (masalan, polinom, eksponensial yoki trigonometrik) tanlashi va keyin parametrlarni moslashtirishi kerak bo'ladi. Biroq ko'pgina real muammolarda funksiyaning qaysi shaklga ega ekanligi oldindan ma'lum bo'lmaydi va noto'g'ri shakl tanlash noto'g'ri natijalarga olib kelishi mumkin [1]. Aynan shu muammo genetik dasturlash (Genetic Programming, GP) algoritmining paydo bo'lishiga turtki bo'lgan.

Genetik dasturlash 1992-yilda amerikalik olim Jon Koza tomonidan keng ilmiy jamoatchilikka taqdim etilgan evolyutsion hisoblash usuli bo'lib, u biologik evolyutsiya tamoyillarini matematik ifodalar fazosiga qo'llaydi [2]. GP'ning boshqa optimallashtirish usullaridan tubdan farqi shundaki, u faqat sonli parametrlarni emas, balki ifodaning strukturasi ham qidiradi. Boshqacha aytganda, GP bir vaqtning o'zida formulaning shaklini va uning koeffitsiyentlarini topishga qodir.

Sonli usullar fani doirasida bir qator klassik usullar mavjud bo'lib, ular turli matematik muammolarni yechishda keng qo'llaniladi. Eng kichik kvadratlar usuli (EKK) berilgan ma'lumotlarga eng yaqin polinomial funksiyani topishda samarali vosita hisoblanadi [3]. Nyuton-Rafson, bisektsiya va vatarlar usullari esa nolinear tenglamalar ildizini topishda fundamental ahamiyatga ega [4]. Ammo bu usullarning har biri ma'lum cheklovlarga ega: EKK faqat oldindan tanlangan shaklda ishlaydi, Nyuton usuli esa boshlang'ich yaqinlashish nuqtasiga sezgir bo'lishi mumkin.

Ushbu tadqiqotning maqsadi GP algoritmini nazariy jihatdan o'rganish, uni noldan amalga oshirish va klassik sonli usullar bilan qiyosiy tahlil qilishdir. Tadqiqot savoli quyidagicha ifodalanishi mumkin: genetik dasturlash qanday hollarda klassik sonli usullardan ustun turadi va qanday hollarda klassik yondashuvlar samarali bo'lib qoladi? Bu savolga javob berish orqali biz GP'ning sonli usullar arsenalida qanday o'rin egallashi mumkinligini aniqlashga harakat qilamiz.

Tadqiqotning ilmiy yangiligi shundaki, GP algoritmi tashqi kutubxonalarga tayanmagan holda noldan amalga oshirilgan va klassik usullar bilan bir xil ma'lumot to'plamlarida qiyosiy sinovdan o'tkazilgan. Bundan tashqari, barcha natijalar interaktiv veb-platforma orqali vizualizatsiya qilingan bo'lib, bu tadqiqot natijalarini takrorlash va tekshirish imkonini beradi.

ADABIYOTLAR TAHLILI VA USULLAR. Genetik dasturlash sohasidagi fundamental ishlar orasida Jon Kozaning 1992-yildagi monografiyasi alohida o‘rin tutadi [2]. Ushbu asarda Koza GP‘ning nazariy asoslarini, daraxt ko‘rinishidagi ifoda tasvirini va asosiy evolyutsion operatorlarni batafsil bayon etgan. Kozaning yondashuvi bo‘yicha har bir matematik ifoda daraxt strukturasi sifatida tasvirlanadi: ichki tugunlar operatorlarni (qo‘shish, ayirish, ko‘paytirish, bo‘lish, trigonometrik funksiyalar), barglar esa o‘zgaruvchilar va konstantalarni ifodalaydi. Bu tasvir usuli GP‘ning eng muhim xususiyatlaridan birini ta‘minlaydi — ifodaning tuzilishi va hajmi evolyutsiya jarayonida o‘zgarishi mumkin.

Poli, Langdon va Makfi tomonidan yozilgan “A Field Guide to Genetic Programming” nomli asar GP algoritmining zamonaviy holatini umumlashtirgan muhim manba hisoblanadi [5]. Ushbu asarda GP‘ning turli variantlari, shu jumladan grammatik evolyutsiya, chiziqli GP va karteziyan GP haqida batafsil ma‘lumot berilgan. Mualliflar GP‘ning simvolik regressiya masalasida qo‘llanilishini alohida ta‘kidlab, bu sohada GP‘ning klassik usullarga nisbatan afzalliklarini ko‘rsatganlar.

Simvolik regressiya masalasi — berilgan ma‘lumotlar nuqtalaridan matematik formulani avtomatik topish — GP‘ning eng ko‘p o‘rganilgan qo‘llanilish sohasi hisoblanadi. Schmidt va Lipson 2009-yilda fizika qonunlarini eksperimental ma‘lumotlardan avtomatik kashf etish bo‘yicha muhim tadqiqot olib bordilar [6]. Ularning natijalari shuni ko‘rsatdiki, GP yordamida Nyutonning harakat qonunlari va boshqa fizik munosabatlarni faqat ma‘lumotlar asosida qayta kashf etish mumkin. Bu tadqiqot GP‘ning nafaqat matematik, balki fizika va muhandislik fanlarida ham kuchli vosita ekanligini isbotladi.

Klassik sonli usullar sohasida Burden va Feyrsning “Numerical Analysis” darsligi asosiy manbalardan biri bo‘lib xizmat qiladi [4]. Ushbu asarda eng kichik kvadratlar usuli, interpolyatsiya usullari, nolinear tenglamalar ildizini topish usullari batafsil bayon etilgan. EKK usuli Gauss tomonidan XVIII asr oxirida ishlab chiqilgan bo‘lib, u Vandermonde matritsasi va normal tenglamalar tizimi orqali berilgan ma‘lumotlarga eng yaqin polinomial yaqinlashtirishni topadi. Bu usulning afzalligi — u yagona va kafolatlangan yechimni beradi hamda hisoblash jihatidan samarali.

Nyuton-Rafson usuli nolinear tenglamalar ildizini topishda eng mashhur iteratsion usullardan biri hisoblanadi. Bu usul funksiyaning hosilasidan foydalanib, har bir qadamda yaqinlashishni yaxshilaydi:  $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ . Usulning asosiy afzalligi — u kvadratik tezlikda yaqinlashadi, ya‘ni har bir iteratsiyada to‘g‘ri raqamlar soni taxminan ikki baravar ortadi [4]. Ammo uning kamchiliklari ham mavjud: boshlang‘ich yaqinlashish nuqtasi ildizdan uzoq bo‘lsa, usul yaqinlashmasligi mumkin, va funksiyaning hosilasini hisoblash har doim ham oson emas.

Bisektsiya usuli Nyuton usuliga nisbatan soddaroq va ishonchliroq alternativa hisoblanadi. U  $[a, b]$  oraliqni yarmilash orqali ildizni topadi va  $f(a)$  va  $f(b)$  ishoralari qarama-qarshi bo‘lgan hollarda doim yaqinlashishi kafolatlanadi [3]. Biroq uning yaqinlashish tezligi chiziqli bo‘lib, Nyuton usulidan sezilarli darajada sekin ishlaydi. Vatarlar usuli esa Nyuton usulining modifikatsiyasi bo‘lib, hosilani hisoblash o‘rniga ikkita oldingi nuqtadan o‘tuvchi vatardan foydalanadi. Bu usul hosilani hisoblash qiyin bo‘lgan hollarda qulay alternativa bo‘lib xizmat qiladi.

O‘zbekistonda sonli usullar bo‘yicha Israilovning “Hisoblash metodlari” asari muhim o‘quv qo‘llanma sifatida keng foydalaniladi [7]. Ushbu asarda sonli usullarning nazariy asoslari va amaliy qo‘llanilishi o‘zbek tilida batafsil bayon etilgan. Biroq genetik dasturlash mavzusi hali o‘zbek tilida yetarli darajada yoritilmagan bo‘lib, bu tadqiqotning dolzarbligini yanada oshiradi.

Tadqiqotda qo‘llangan usullar quyidagilardan iborat. Birinchidan, GP algoritmi Python dasturlash tilida noldan amalga oshirildi. Algoritmida daraxt ko‘rinishidagi ifoda tasviri, ramped half-

and-half initsializatsiya usuli, turnir saralashi ( $k=3$ ), subtree krossover, subtree va nuqtaviy mutatsiya, hamda elitizm mexanizmlari qo'llanildi. Fitness funksiya sifatida o'rtacha kvadratik xato (MSE) va parsimony jarimasi yig'indisi tanlandi:  $F(t) = MSE(t) + \lambda \cdot hajm(t)$ , bu yerda  $\lambda$  parametri sodda formulalarni rag'batlantirish uchun xizmat qiladi.

Ikkinchidan, klassik sonli usullar — EKK, Nyuton-Rafson, bisektsiya va vatarlar usullari ham Python'da amalga oshirildi. Uchinchidan, GP va klassik usullar bir xil ma'lumot to'plamlarida sinov qilindi va natijalar R-kvadrat determinatsiya koeffitsiyenti, o'rtacha kvadratik xato (MSE), o'rtacha absolyut xato (MAE) va hisoblash vaqti bo'yicha qiyoslandi. To'rtinchidan, barcha natijalar Flask veb-freymvorki va Bootstrap 5 interfeysi orqali interaktiv vizualizatsiya qilindi.

Sinov uchun beshta turli funksiya tanlandi: parabola ( $y = x^2 + 2x + 1$ ), tebranma ( $y = \sin(x) + 0.3 \cdot \cos(2x)$ ), kubik ( $y = (x^3 - 2x^2 + x - 1)/5$ ), eksponenta ( $y = e^{\{0.3x\}}$ ) va logarifm ( $y = \ln(x) + 1$ ). Bu funksiyalar turli murakkablik darajasini qamrab olish uchun ataylab tanlandi: parabola — klassik usullar uchun ideal holat, tebranma — trigonometrik komponent sababli GP uchun qulayroq, kubik — o'rtacha murakkablik va boshqalar.

MUHOKAMA. Genetik dasturlashning klassik sonli usullardan eng muhim farqi uning moslashuvchanligida namoyon bo'ladi. Klassik EKK usulida tadqiqotchi avvaldan polinomning darajasini tanlashi kerak: ikkinchi daraja, uchinchi daraja yoki boshqa. Agar haqiqiy funksiya polinomial shaklda bo'lmasa, masalan, trigonometrik yoki eksponensial xarakterga ega bo'lsa, EKK yaqinlashtirish sifati keskin pasayadi. GP esa bunday cheklovga ega emas — u o'zi uchun mavjud operatorlar to'plamidan (qo'shish, ayirish, ko'paytirish, bo'lish, sinus, kosinus, eksponenta, logarifm va boshqalar) foydalanib, ma'lumotga eng mos keladigan formulani avtomatik ravishda topadi [2]. Bu xususiyat GP'ni real ma'lumotlar bilan ishlashda juda qimmatli vositaga aylantiradi, chunki real jarayonlar ko'pincha bir nechta matematik funksiyalarning kombinatsiyasi sifatida ifodalanadi.

Ammo GP'ning bu moslashuvchanligi ma'lum narxga ega. Birinchidan, GP stoxastik algoritm bo'lib, har bir ishga tushirishda turli natija berishi mumkin. Bu klassik usullarning deterministik xarakteridan tubdan farq qiladi: EKK har doim bir xil kirish ma'lumotlari uchun bir xil natija beradi. GP'da esa tasodifiy seed qiymatini belgilash orqali natijani takrorlash mumkin bo'lsa-da, boshqa seed bilan boshqa formula topilishi mumkin [5]. Bu xususiyat ilmiy tadqiqotlarda natijalarning takrorlanuvchanligi masalasini keltirib chiqaradi.

Ikkinchidan, GP'ning hisoblash vaqti klassik usullarga nisbatan ancha yuqori. Tajribalarimiz shuni ko'rsatdiki, 200 ta individdan iborat populyatsiya bilan 40 avlod davomida GP algoritmi 1–3 sekund vaqt oladi, holbuki EKK bir xil ma'lumotni bir necha millisekundda qayta ishlaydi. Bu farq kichik ma'lumot to'plamlari uchun ahamiyatsiz bo'lishi mumkin, ammo katta hajmdagi ma'lumotlar yoki real vaqt tizimlarida muhim cheklov hisoblanadi [6]. Shuning uchun GP'ni qo'llashda "vaqt-aniqlik" murossasini hisobga olish zarur.

GP algoritmining muhim tarkibiy qismi — fitness funksiya tanlashdir. Bizning tadqiqotda  $F(t) = MSE(t) + \lambda \cdot hajm(t)$  formulasi qo'llanildi, bu yerda  $\lambda = 0.001$  qilib belgilandi. Parsimony jarimasi — ya'ni formulaning hajmiga mutanosib jarima — GP'da muhim rol o'ynaydi. Bu jarima bo'lmasa, GP juda katta va murakkab formulalarni topishga moyil bo'ladi, ular ma'lumotga a'lo darajada mos kelishi mumkin, ammo fizik ma'no bermaydi va yangi ma'lumotlarga yaxshi umumlashtirmaydi [5]. Bu hodisa mashinali o'rganishda "ortiqcha moslashtirish" (overfitting) deb ataladi. Parsimony jarimasi sodda formulalarni rag'batlantirib, bu muammoni yumshatadi.

Daraxt ko'rinishidagi ifoda tasviri GP'ning yana bir muhim jihatidir. Har bir matematik ifoda ikkita asosiy turdagi tugunlardan tashkil topgan daraxt sifatida tasvirlanadi: ichki tugunlar

(operatorlar) va barglar (o'zgaruvchilar va konstantalar). Masalan, " $\sin(x) + 2 \cdot x$ " ifodasi uch darajali daraxt sifatida tasvirlanadi: ildiz tugun — qo'shish operatori, chap bolasi — sinus funksiyasi (uning bolasi —  $x$  o'zgaruvchisi), o'ng bolasi — ko'paytirish operatori (uning bolalari — 2 konstantasi va  $x$  o'zgaruvchisi). Bu tasvir usuli krossover va mutatsiya operatorlarini tabiiy ravishda qo'llash imkonini beradi [2].

Krossover operatori ikki ota daraxtning subtree'larini (pastki daraxtlarini) almashtirish orqali yangi individ yaratadi. Bu biologik rekombinatsiyaning analogi bo'lib, ota-onalarning foydali xususiyatlarini bolaga o'tkazish maqsadini ko'zlaydi. Mutatsiya esa tasodifiy tanlangan subtree'ni yangi tasodifiy yaratilgan subtree bilan almashtirish orqali populyatsiyaga xilma-xillik kiritadi. Nuqtaviy mutatsiya bundan farqli ravishda faqat bitta tugunning qiymatini o'zgartiradi: operatorni boshqa operator bilan, konstantani o'zgartirilgan konstanta bilan almashtiradi. Bu uch operator birgalikda GP'ning qidiruv fazosini samarali o'rganishini ta'minlaydi.

Turnir saralashi (tournament selection) GP'da eng ko'p qo'llaniladigan saralash mexanizmlaridan biridir. Bizning tadqiqotda  $k=3$  parametri bilan turnir saralashi qo'llanildi: har safar populyatsiyadan tasodifiy 3 ta individ tanlanadi va ular orasidan eng yaxshi fitness qiymatiga ega bo'lgani tanlangan ota sifatida e'lon qilinadi. Bu usul ruletkali saralashga nisbatan soddaroq va samaraliroq bo'lib, populyatsiya hajmiga chiziqli bog'liq ishlaydi [5]. Elitizm mexanizmi esa eng yaxshi 2 ta individni keyingi avlodga to'g'ridan-to'g'ri o'tkazish orqali eng yaxshi yechimning yo'qolishining oldini oladi.

Ildiz topish usullarini solishtirganda, Nyuton-Rafson usuli eng tez yaqinlashishni ta'minlashi aniqlandi. Masalan,  $x^2 - 2 = 0$  tenglamasi uchun Nyuton usuli atigi 4 iteratsiyada  $\sqrt{2}$  qiymatini 10 ta aniq raqamgacha topdi. Bisektsiya usuli esa xuddi shu aniqlikka erishish uchun 29 iteratsiya talab qildi, ammo u doim yaqinlashishi kafolatlangan —  $f(a)$  va  $f(b)$  ishoralari qarama-qarshi bo'lgan har qanday holatda. Vatarlar usuli 5 iteratsiyada natijaga erishdi — Nyutondan biroz sekinroq, lekin hosilani hisoblash zaruriyati bo'lmagan. Bu natijalar nazariy kutishlarga to'liq mos keladi: Nyuton usuli kvadratik, bisektsiya chiziqli, vatarlar esa superchiziqli tezlikda yaqinlashadi [4].

Amaliy nuqtai nazardan, GP va klassik usullarning birgalikdagi qo'llanilishi eng samarali yondashuv bo'lishi mumkin. Masalan, avval GP yordamida ma'lumotning umumiy funksional shaklini aniqlash, keyin esa klassik usullar yordamida parametrlarni aniq moslashtirish strategiyasi ko'p hollarda ikki usulning alohida qo'llanilishidan yaxshiroq natija berishi mumkin. Bundan tashqari, GP natijalarini klassik usullar natijalari bilan solishtirish GP topgan formulaning ishonchliligini baholash uchun qo'shimcha mezon bo'lib xizmat qiladi.

**NATIJALAR.** Tadqiqot doirasida o'tkazilgan sinov eksperimentlari bir qator muhim natijalarni berdi. Parabola funksiyasi ( $y = x^2 + 2x + 1$ ) bo'yicha GP algoritmi  $R^2 = 1.0000$  va  $MSE = 0.0000$  ko'rsatkichlariga erishdi, ya'ni formulani to'liq aniq topdi. EKK usuli ham ikkinchi darajali polinom sifatida xuddi shu natijani berdi. Bu kutilgan natija edi, chunki parabola o'zi polinom bo'lib, ikkala usul uchun ideal holat hisoblanadi. Biroq muhim farq shundaki, GP'ga formulaning polinom ekanligini aytib berish kerak emas edi — u buni o'zi aniqladi.

Tebanma funksiyasi ( $y = \sin(x) + 0.3 \cdot \cos(2x)$ ) bo'yicha natijalar ikki usul o'rtasidagi farqni yaqqol ko'rsatdi. GP algoritmi  $R^2 = 0.92$  ko'rsatkichiga erishdi, holbuki EKK uchinchi darajali polinom bilan faqat  $R^2 = 0.34$  ko'rsatdi. Bu farqning sababi tushunarli: trigonometrik funksiyani polinom bilan yaqinlashtirish printsiplal jihatdan cheklangan, chunki polinom faqat chekli oraliqda trigonometrik funksiyaga yaqinlashishi mumkin. GP esa o'zining operator to'plamida sinus va kosinus funksiyalari mavjud bo'lganligi sababli, to'g'ri funksional shaklni topa oldi. Bu natija

GP'ning asosiy afzalligini — formulaning shaklini oldindan bilmaslik imkoniyatini — aniq namoyish etadi.

Kubik funksiya ( $y = (x^3 - 2x^2 + x - 1)/5$ ) uchun GP  $R^2 = 0.99$  va  $MSE < 0.01$  ko'rsatkichlarini berdi. EKK uchunchi darajali polinom bilan ham yuqori aniqlikka erishdi ( $R^2 = 0.98$ ). Bu holda ikkala usulning natijalari yaqin bo'ldi, chunki kubik funksiya o'zi polinom shaklida va EKK uchun uchunchi daraja to'g'ri tanlangan edi. Ammo EKK'da darajani noto'g'ri tanlash (masalan, ikkinchi daraja) natijani sezilarli yomonlashtirishi mumkin edi.

Ekspontensial funksiya ( $y = e^{\{0.3x\}}$ ) uchun GP algoritmi operator to'plamida exp funksiyasi mavjud bo'lganda yaxshi natija ko'rsatdi. Bu esa yana bir muhim xulosaga olib keladi: GP'ning samaradorligi unga berilgan operator to'plamiga bevosita bog'liq. Agar operator to'plamiga faqat arifmetik amallar kiritilsa va exp qo'shilmasa, GP eksponensial funksiyani topishda qiyinchilikka duch keladi va polinom yaqinlashtirishga o'xshash natija beradi.

Hisoblash vaqti bo'yicha natijalar quyidagicha: GP algoritmi 200 ta individ va 40 avlod bilan o'rtacha 1200 millisekundda ishladi. EKK esa bir xil ma'lumot uchun 0.5 millisekunddan kam vaqt oldi. Shunday qilib, GP EKK'dan taxminan 2000–3000 marta sekin ishladi. Biroq bu farq mutlaq qiymatda katta bo'lmay, foydalanuvchi tajribasida sezilarli ta'sir ko'rsatmaydi — 1–2 sekundlik kutish amaliy qo'llanilish uchun maqbul hisoblanadi.

Ildiz topish usullarining sinov natijalari nazariy kutishlarga to'liq mos keldi.  $x^2 - 2 = 0$  tenglamasi uchun uchala usul ham  $\sqrt{2} = 1.4142135624$  qiymatini topdi, ammo turli iteratsiyalar sonida: Nyuton — 4, vatarlar — 5, bisektsiya — 29.  $x^3 - 2x - 5 = 0$  kabi murakkab tenglama uchun ham barcha usullar yaqinlashdi, ammo boshlang'ich nuqtalar to'g'ri tanlanganda. Nyuton usuli noto'g'ri boshlang'ich nuqtada yaqinlashmasligi ham kuzatildi, bu esa bisektsiya usulining ishonchlilik afzalligini tasdiqladi.

Veb-platfomaning ishlashi bo'yicha natijalar ham ijobiy bo'ldi. Flask backend barcha API so'rovlariga to'g'ri javob berdi, Chart.js grafiklar interaktiv vizualizatsiyani ta'minladi va Bootstrap 5 interfeysi turli ekran o'lchamlarida to'g'ri ko'rindi. start.bat fayli orqali dasturni ishga tushirish jarayoni soddalashtirildi — foydalanuvchi faqat bitta faylni bosishi yetarli.

**XULOSA.** Ushbu tadqiqotda genetik dasturlash algoritmi nazariy jihatdan o'rganildi, noldan amalga oshirildi va klassik sonli usullar bilan qiyosiy tahlil qilindi. Tadqiqot natijalari bir nechta muhim ilmiy xulosalarni shakllantirish imkonini beradi.

Birinchidan, genetik dasturlash murakkab nolinear funksiyalarni aniqlashda klassik polinomial yaqinlashtirish usullaridan ustun turadi. Trigonometrik va aralash funksiyalar uchun GP'ning  $R^2$  ko'rsatkichi EKK'dan 2–3 baravar yuqori bo'lganligi aniqlandi. Bu GP'ning asosiy afzalligi — formulaning shaklini oldindan bilish zaruratining yo'qligi — amaliy jihatdan tasdiqlandi.

Ikkinchidan, oddiy polinomial funksiyalar uchun EKK tezligi va kafolatlangan natijasi bilan GP'dan afzal bo'lib qoladi. EKK GP'dan 2000–3000 marta tez ishlashi va deterministik natija berishi uni soddalashtirish uchun tabiiy tanlash qiladi. Shuning uchun GP'ni barcha holatlarda EKK o'rniga qo'llash maqsadga muvofiq emas.

Uchinchidan, ildiz topish usullari orasida Nyuton-Rafson usuli eng tez yaqinlashishni ta'minlagan bo'lsa, bisektsiya usuli eng ishonchli natija berdi. Vatarlar usuli esa tezlik va soddlik jihatidan o'rtacha mavqeni egalladi. Amaliy masalalarda usul tanlash muammoning xususiyatlariga — hosilaning mavjudligi, boshlang'ich yaqinlashish sifati va ishonchlilik talablariga — bog'liq bo'lishi kerak.

To‘rtinchidan, GP algoritmining noldan amalga oshirilishi algoritmnining barcha tarkibiy qismlarini — daraxt tasviri, krossover, mutatsiya, saralash va fitness baholash — chuqur tushunish imkonini berdi. Tayyor kutubxonalardan foydalanish qulay bo‘lsa-da, noldan amalga oshirish ta‘lim maqsadlarida ancha samarali ekanligi tajriba orqali tasdiqlandi.

Amaliy tavsiya sifatida quyidagilarni ta‘kidlash mumkin: GP‘ni sonli usullar kursida qo‘shimcha mavzu sifatida kiritish maqsadga muvofiq bo‘ladi, chunki u talabalarga evolyutsion algoritmlar, optimallashtirish va mashinali o‘rganish tushunchalari bilan tanishish imkonini beradi. Bundan tashqari, GP va klassik usullarning birgalikdagi qo‘llanilishi — avval GP bilan funksional shaklni aniqlash, keyin klassik usullar bilan parametrlarni moslashtirish — amaliy muammolarda samarali strategiya bo‘lishi mumkin.

Kelgusidagi tadqiqotlarda GP algoritmini ko‘p o‘zgaruvchili funksiyalar uchun sinovdan o‘tkazish, populyatsiya hajmi va avlodlar sonining optimal qiymatlarini aniqlash, hamda GP‘ni boshqa evolyutsion algoritmlar (genetik algoritmi, differensial evolyutsiya) bilan solishtirish rejalashtirilmoqda.

#### ADABIYOTLAR RO‘YXATI (REFERENCES)

1. Goldberg D.E. *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning* // Addison-Wesley. – 1989. – 412 p.
2. Koza J.R. *Genetic Programming: On the Programming of Computers by Means of Natural Selection* // MIT Press. – 1992. – 819 p.
3. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. *Численные методы* // БИНОМ. – 2012. – 636 с.
4. Burden R.L., Faires J.D. *Numerical Analysis* // Cengage Learning. – 2010. – 888 p.
5. Poli R., Langdon W.B., McPhee N.F. *A Field Guide to Genetic Programming* // Lulu Enterprises. – 2008. – 233 p.
6. Schmidt M., Lipson H. *Distilling Free-Form Natural Laws from Experimental Data* // Science. – 2009. – Vol. 324. – P. 81–85.
7. Israilov M.I. *Hisoblash metodlari* // O‘quv qo‘llanma. – Toshkent. – 2005. – 256 b.
8. Langdon W.B., Poli R. *Foundations of Genetic Programming* // Springer. – 2002. – 260 p.
9. O’Neil M., Ryan C. *Grammatical Evolution: Evolutionary Automatic Programming in an Arbitrary Language* // Springer. – 2003. – 194 p.
10. Eiben A.E., Smith J.E. *Introduction to Evolutionary Computing* // Springer. – 2015. – 287 p.