

LESSONPLANNER — BAYES BILIM IZLASH MODELI ASOSIDA ISHLOVCHI ADAPTIV BILIM PROGNOZI PLATFORMASI

TOJIMATOVA M., JO‘RAYEVA R.

FarDU talabasi tojimatovamuxlisa2005@gmail.com,

FarDU talabasi ruhshonaashurmatova1@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu maqolada raqamli ta'lim muhitida o'quvchilarning bilim darajasini aniq prognozlash va ularga moslashtirilgan (adaptiv) ta'lim traektoriyalarini taklif qilish imkonini beruvchi "LessonPlanner" platformasi va uning ishlash mexanizmi yoritilgan. Platformaning asosi hisoblangan Bayes bilim izlash modeli (Bayesian Knowledge Tracing - BKT) talabalarning topshiriqlarni bajarish ketma-ketligiga tayanib, ularning muayyan ko'nikmalarni o'zlashtirish ehtimolini dinamik tarzda hisoblab boradi. Maqolada platformaning arxitekturasi, ma'lumotlarni qayta ishlash algoritmlari hamda bilim prognozi aniqligini oshirish usullari tahlil qilingan. Tadqiqot natijalari shuni ko'rsatadiki, Bayes modeliga asoslangan adaptiv yondashuv an'anaviy test tizimlariga qaraganda o'quvchining haqiqiy bilim darajasini va kelgusi natijalarini yuqori aniqlikda prognozlash hamda individual ta'lim sifatini oshirish imkonini beradi.

Kalit so'zlar: LessonPlanner, Bayes bilim izlash modeli, adaptiv ta'lim, bilim prognozi, raqamli platforma, Bayesian Knowledge Tracing, individual o'quv traektoriyasi, sun'iy intellekt ta'limda.

KIRISH. *Mavzuning dolzarbligi.* Bugungi kunda jahon miqyosida raqamli ta'lim texnologiyalari (EdTech) tarmog'i eng tez o'sayotgan sohalardan biri sanaladi. MarketsandMarkets tahliliy hisobotiga ko'ra, jahon EdTech bozori 2025-yilda 197,3 milliard AQSh dollariga teng bo'lib, 2030-yilga kelib 353,1 milliard dollarga yetishi prognoz qilinmoqda — bu yillik 12,3 foiz o'sishni anglatadi (MarketsandMarkets, 2025). Ushbu jadal o'sishning asosida zamonaviy o'qituvchilik tizimi an'anaviy "bir o'lcham hamma uchun" modelidan voz kechib, har bir o'quvchining individual bilim darajasi, o'zlashtirish tezligi va unutish dinamikasiga moslashuvchi adaptiv tizimlarga o'tmoqda. Klassik tadqiqot natijalariga ko'ra, bilim izlash modellariga asoslangan intellektual tutoring tizimlari o'quv yutuqlarini matematika bo'yicha 20–50 foizga oshirishi mumkin (Ritter va boshq., 2007).

An'anaviy maktab va universitet sharoitida bir o'qituvchi 25–40 nafar talaba bilan bir vaqtning o'zida ishlaydi va har bir o'quvchining bilim holatini real-vaqtda kuzatish texnik jihatdan imkonsiz. Bu vaziyat zaif bilim oluvchilarning ortda qolishiga, kuchli talabalarning esa qiziqish yo'qotishiga olib keladi. Aynan shu nuqtada Bayes bilim izlash (Bayesian Knowledge Tracing, BKT) modeli (Corbett & Anderson, 1995)

va Ebbinghaus unutish egri chizig'iga asoslangan spaced repetition algoritmlari (Ebbinghaus, 1885) hayotiy yechim sifatida namoyon bo'ladi.

O'zbekiston Respublikasining "Raqamli O'zbekiston — 2030" strategiyasi (Prezident Farmoni PF-6079, 2020-yil 5-oktabr) doirasida ta'lim sohasini raqamlashtirish, har bir tuman va shaharda informatika va axborot texnologiyalarini chuqurlashtirib o'qitishga ixtisoslashtirilgan maktablarni tashkil etish hamda raqamli maktab modelini joriy qilish ustuvor yo'nalishlardan biri sifatida belgilangan (LEX.UZ, 2020). YUNESKO va YUNISEF tomonidan amalga oshirilayotgan "Empowering Education in Uzbekistan" loyihasi ham aynan raqamli ta'lim infratuzilmasini rivojlantirish maqsadini ko'zlaydi (UNESCO, 2025). Shu sababli, o'quvchi bilim holatini matematik jihatdan to'g'ri modellashtirib, individual o'quv rejasini avtomatik tarzda taklif qiluvchi platformaga real talab mavjud.

Muammoning qo'yilishi. An'anaviy elektron ta'lim platformalarida o'quvchining bilim darajasi statik test natijalari (masalan, "mavzu bo'yicha 7 ta savoldan 5 tasi to'g'ri") orqali baholanadi. Biroq ushbu yondashuv bir qancha jiddiy kamchiliklarga ega: birinchidan, taxminiy javob (guessing) va beparvolik xatolari (slip) hisobga olinmaydi; ikkinchidan, bilim vaqt o'tishi bilan unutilishi modellashtirilmaydi; uchinchidan, o'quvchi qaysi ko'nikmani qachon takrorlashi optimal bo'lishi nazariy asosga ega emas. Natijada platformalar barcha o'quvchilarga bir xil materialni bir xil tartibda taklif qiladi va shaxsiylash amalda yuzaki darajada qoladi.

Tadqiqot maqsadi — har bir o'quvchining har bir ko'nikma bo'yicha bilim ehtimolini ($P(L_n) \in [0, 1]$) yashirin Markov modeli asosida real-vaqtda hisoblovchi, Ebbinghaus unutish egri chizig'ini hisobga olgan holda spaced repetition tartibida takrorlash rejasini avtomatik shakllantiruvchi va o'qituvchi-talabaga analitik dashboardini taqdim etuvchi to'liq SaaS platformani matematik modellashtirish, loyihalashtirish va amalga oshirishdan iborat.

Tadqiqot maqsadidan kelib chiqib quyidagi vazifalar belgilandi:

- 1) adaptiv ta'lim tizimlari va bilim izlash modellarining nazariy asoslarini, xususan klassik BKT modelining to'rt parametrlil yashirin Markov tuzilmasini matematik jihatdan o'rganish;
- 2) o'quvchi javobiga ko'ra bilim ehtimolini Bayes teoremasi orqali yangilovchi rekursiv formulani ishlab chiqish va dasturiy amalga oshirish;
- 3) Ebbinghaus unutish egri chizig'i va SM-2 algoritmi asosida har bir ko'nikma uchun keyingi takrorlash sanasini hisoblovchi rejalashtiruvchi modulni tuzish;
- 4) Expectation-Maximization (EM) algoritmi yordamida har bir ko'nikmaning BKT parametrlarini real ma'lumotlardan o'rganish (parametr fitting) jarayonini joriy etish;
- 5) Django REST Framework asosida ko'p-tenant SaaS backend va React SPA frontend ishlab chiqish;
- 6) Celery asinxron vazifa tizimini kunlik takrorlash rejasini generatsiya qilish va statistik tahlil uchun joriy etish;
- 7) yaratilgan tizimni Railway va Vercel platformalarida real production muhitida deploy qilish;
- 8) matematik modullarni pytest yordamida birliklash testlari va sintetik ma'lumotlar bo'yicha validatsiya qilish.

Tadqiqot gipotezasi. Agar har bir ko'nikma uchun BKT parametrlari ($P(L_0)$, $P(T)$, $P(G)$, $P(S)$) yetarli o'lchov tarixidan baholangan bo'lsa va o'quvchining javoblari muntazam yetkazib turilsa, u holda bilim ehtimoli $P(L_n)$ ni Bayes yangilash formulasi orqali hisoblash va spaced repetition rejasini SM-2 algoritmi yordamida tuzish mumkin bo'lib, an'anaviy statik testga nisbatan keyingi o'zlashtirish testlarida to'g'ri javob ulushini kamida 15–25 foizga oshirish imkoniyati paydo bo'ladi.

Tadqiqot obyekt — o'rta va oliy ta'lim muassasalarida o'quvchilarning individual bilim o'zlashtirish va takrorlash jarayonlari. Tadqiqot predmeti — Bayes bilim izlash modeli va Ebbinghaus xotira nazariyasidan foydalanib har bir o'quvchining ko'nikma egallash darajasini real-vaqtda baholash hamda rejalashtirish uchun matematik-dasturiy ta'minot.

Amaliy ahamiyati. Yaratilgan LessonPlanner platformasi orqali o'qituvchilar talabalarning bilim holatini real-vaqtda kuzatishi, zaif tomonlarni avtomatik aniqlashi va shaxsiylashtirilgan takrorlash rejasini taklif qilishi mumkin. Loyiha ishi doirasida ishlab chiqilgan bkt_engine va spaced_planner modullari ochiq spetsifikatsiya bilan boshqa elektron ta'lim platformalariga ham porting qilinishi va Python paketi sifatida qayta ishlatilishi mumkin.

Tadqiqot metodologiyasi quyidagi yondashuvlarni birlashtiradi: yashirin Markov modellari va Bayes ehtimollik nazariyasi (Corbett & Anderson, 1995; Rabiner, 1989), inson xotirasining eksperimental psixologiyasi (Ebbinghaus, 1885; Murre & Dros, 2015), chuqur bilim izlash neyron tarmoqlari (Piech va boshq., 2015), Expectation-Maximization algoritmi (Dempster va boshq., 1977), Domain-Driven Design asosli backend dizayni (Evans, 2003) va TanStack Query asosidagi server-state boshqaruvi paradigmasi (Buchanan, 2024).

Ish tuzilmasi. Loyiha ishi kirish, ikkita asosiy bob, xulosa, foydalanilgan adabiyotlar va ilovalardan iborat. Birinchi bob nazariy asoslarga — adaptiv ta'lim tizimlari, BKT modeli, Ebbinghaus unutish egri chizig'i, SM-2 algoritmi, EM parametr baholash va SaaS arxitektura paradigmalariga bag'ishlangan. Ikkinchi bob amaliy qismni qamrab oladi: arxitektura, ma'lumotlar bazasi, backend, BKT engine, spaced repetition planner, frontend, Celery vazifalari, deploy va validatsiya. Xulosa qismida olingan natijalar tahlil qilinadi va kelajakda rivojlantirish yo'nalishlari ko'rsatiladi.

Adaptiv ta'lim va intellektual tutoring tizimlari kontsepsiyasi

Adaptiv ta'lim (adaptive learning) — bu o'quv jarayonini har bir o'quvchining individual xususiyatlariga, jumladan bilim darajasi, o'zlashtirish tezligi, qiziqishlari va xato turlariga qarab dinamik moslashtiruvchi ta'lim yondashuvidir. An'anaviy ta'limda barcha o'quvchilar bir xil mazmuni bir xil tartibda oladilar, adaptiv tizimda esa har bir o'quvchi uchun individual o'quv traektoriyasi shakllanadi. Anderson va hamkasblari (1995) tomonidan ishlab chiqilgan kognitiv tutorlar (Cognitive Tutors) ushbu sohaning asoschisi hisoblanadi va keyinchalik Carnegie Learning kompaniyasi tomonidan kommertsiyalashtirildi (Anderson va boshq., 1995).

Intellektual tutoring tizimi (Intelligent Tutoring System, ITS) oddiy elektron darslikdan tubdan farq qiladi: ITS o'quvchining ichki bilim holatini matematik model orqali aks ettiradi va shu modelga ko'ra keyingi savol yoki mashqni tanlaydi. Klassik ITS to'rt komponentdan iborat: domain model (o'rgatiladigan bilimlar grafi), student model (o'quvchi holati), tutor model (qaror qabul qilish strategiyasi) va user interface. Mazkur loyihada asosiy diqqat student model qismiga qaratilgan, zero aynan u o'quvchini "tushunish" imkonini beradi.

Oxirgi yigirma yil ichida student modellashtirish uchun bir necha asosiy yondashuv shakllandi: klassik Bayes bilim izlash (Corbett & Anderson, 1995), logistik regressiyaga asoslangan Performance Factors Analysis (Pavlik va boshq., 2009), chuqur neyron tarmoqlarga asoslangan Deep Knowledge Tracing (Piech va boshq., 2015) hamda Item Response Theory (Rasch, 1960). Pelánek (2017) tomonidan amalga oshirilgan tizimli sharhda BKT keng amaliy qo'llanishi va talqinining oddiyligi sababli edge-device va kichik ma'lumot rejimlarida hozirgacha asosiy yondashuv sifatida qolayotgani ta'kidlangan (Pelánek, 2017). Mazkur loyihada aynan BKT modeli asosiy matematik karkas sifatida tanlandi.

Bayes bilim izlash (BKT) modeli va yashirin Markov nazariyasi

Bayes bilim izlash modeli — yashirin Markov modelining (Hidden Markov Model, HMM) maxsus holati bo'lib, o'quvchining konkret ko'nikma bo'yicha bilim holatini ikki diskret qiymatdan biri sifatida modellashtiradi: "o'rganilgan" (Mastered, $L=1$) yoki "o'rganilmagan" (Unmastered, $L=0$). Modelning asosiy taxmini shundan iboratki, bilim holati o'quvchi mashq bajargan har bir qadamda "o'rganilgan" holatga o'tish ehtimoliga ega va bu o'tish geometrik taqsimot bo'yicha kuzatiladi (Corbett & Anderson, 1995; van de Sande, 2013).

Klassik BKT to'rt parametr bilan to'liq aniqlanadi:

- $P(L_0)$ — talaba mashqni boshlashdan oldin ko'nikmani allaqachon bilish ehtimoli (boshlang'ich bilim);
- $P(T)$ — har bir mashq imkoniyatida bilmaslikdan bilishga o'tish ehtimoli (transition);

- P(G) — ko‘nikmani bilmasdan turib to‘g‘ri javob berish ehtimoli (guess);
- P(S) — ko‘nikmani bilsa-da, xato javob berish ehtimoli (slip).

Yashirin Markov modeli tilida bilim holati L_n yashirin o‘zgaruvchi, o‘quvchining n-qadamdagi javobi O_n esa kuzatiladigan o‘zgaruvchidir. Markov xususiyatiga ko‘ra, bilim holatining n+1 qadamdagi qiymati faqat n-qadamdagi qiymatga bog‘liq:

$$P(L_{n+1}=1 | L_n=0)=P(T), \quad P(L_{n+1}=1 | L_n=1)=1 \quad (1.1)$$

Kuzatish ehtimoli esa quyidagi shartli ifoda bilan beriladi:

$$P(O_n=correct | L_n=0)=P(G), \quad P(O_n=correct | L_n=1)=1-P(S) \quad (1.2)$$

Mazkur tuzilma BKT modeliga ikki muhim xususiyat beradi: birinchidan, model real ma’lumotlardan EM algoritmi yordamida o‘rganilishi mumkin (parametrlarni baholash); ikkinchidan, har bir javob kelganda bilim ehtimolini real-vaqtda yangilash imkonini beradi. Klassik nashr (Corbett & Anderson, 1995) chiqqanidan keyin 25 yildan oshiq vaqt davomida BKT yuzlab tadqiqotlarda asos sifatida qo‘llanildi va uning kengaytmalari (BKT-IDEM, BKT+Forgetting, va h.k.) ishlab chiqildi (Pelánek, 2017; Abdelrahman va boshq., 2023).

BKT modelining markaziy mexanizmi — Bayes teoremasi asosida bilim ehtimolini yangilashdir. O‘quvchi n-qadamda mashqni bajardi va u to‘g‘ri yoki xato javob berdi. Javob natijasiga ko‘ra o‘quvchi ko‘nikmani bilish ehtimolini quyidagi tartibda yangilash kerak.

Birinchi bosqich — kuzatishdan keyingi (posterior) ehtimolni hisoblash. Agar o‘quvchi to‘g‘ri javob bergan bo‘lsa:

$$P(L_n | correct) = \frac{P(L_n) \cdot (1 - P(S))}{P(L_n) \cdot (1 - P(S)) + (1 - P(L_n)) \cdot P(G)} \quad (1.3)$$

Agar o‘quvchi xato javob bergan bo‘lsa:

$$P(L_n | wrong) = \frac{P(L_n) \cdot P(S)}{P(L_n) \cdot P(S) + (1 - P(L_n)) \cdot (1 - P(G))} \quad (1.4)$$

Ikkinchi bosqich — keyingi qadam uchun avvaldan (prior) ehtimolni hisoblash. Markov o‘tish qoidasiga muvofiq:

$$P(L_{n+1}) = P(L_n | observed) + (1 - P(L_n | observed)) \cdot P(T) \quad (1.5)$$

Bu yerda: $P(L_n)$ — n -qadamda o‘quvchi ko‘nikmani bilish ehtimoli; $P(S)$ — slip parametri; $P(G)$ — guess parametri; $P(T)$ — transition parametri.

Yuqoridagi rekursiv formulalardan ko‘rinib turibdiki, har bir kuzatish bilim ehtimolini ham oshirishi, ham kamaytirishi mumkin. Misol uchun, agar $P(L_n) = 0,3$, $P(G) = 0,2$, $P(S) = 0,1$ bo‘lsa va o‘quvchi to‘g‘ri javob bersa, $P(L_n | correct) \approx 0,659$ ga ko‘tariladi. Aksincha, xato javob $P(L_n | wrong) \approx 0,051$ ga tushiradi. Bu hodisa modelning sezgirligini ko‘rsatadi va “to‘g‘ri javob qancha kuchli signal” degan masalani aniq aks ettiradi (van de Sande, 2013).

Amaliy nuqtai nazardan ko‘nikma “o‘zlashtirilgan” deb hisoblanish chegarasi odatda $P(L_n) \geq 0,95$ sifatida belgilanadi (Corbett & Anderson, 1995). Mazkur loyihada ham shu chegaraga rioya qilingan va “mastered” holati o‘quvchiga vizual ko‘rsatkich orqali aks ettirilgan.

Ebbinghaus unutish egri chizig‘i va xotira modeli. Klassik BKT modelining muhim cheklovi shundan iboratki, u bilim o‘rganilgach, uni doimo saqlangan deb qabul qiladi — ya‘ni $P(L=1 | L=1) = 1$. Biroq insonning xotirasi vaqt o‘tishi bilan unutiladi va bu hodisa eksperimental jihatdan birinchi marta Hermann Ebbinghaus tomonidan 1885-yilda ochildi (Ebbinghaus, 1885). U o‘zini eksperimental subyekt qilib, ma‘nosiz bo‘g‘inlar ro‘yxatini yodlab, vaqt o‘tgan sayin esda qolgan ulushni o‘lchadi va quyidagi eksponensial pasayish qonunini ifodaladi:

$$R(t) = e^{-\frac{t}{S}} \quad (1.6)$$

bu yerda: $R(t)$ — t vaqtdan keyin esda qolgan ulush, $0 \leq R \leq 1$; t — o‘rganishdan keyin o‘tgan vaqt (sutkalarda); S — xotiraning kuchi (memory stability), kun.

Ebbinghaus eksperimentlari zamonaviy sharoitda Murre va Dros (2015) tomonidan takrorlandi va asosiy xulosalar tasdiqlandi: unutish egri chizig‘i haqiqatan eksponensial ko‘rinishga ega, lekin kuchi S har bir o‘quvchi va har bir material uchun individual (Murre & Dros, 2015). Kang (2016) tomonidan yuzlab tajribalar

metaanalizida ko‘rsatildiki, vaqt taqsimlangan takrorlash (spaced practice) bir martalik intensiv yodlashga nisbatan uzoq muddatli xotirani 2–3 baravar yaxshilaydi.

Xotiraning yana bir muhim xususiyati — har bir muvaffaqiyatli eslab qolish (retrieval) S qiymatini oshiradi. Ya’ni, agar o‘quvchi ko‘nikmani t kunidan keyin yana to‘g‘ri eslab qolsa, keyingi unutishgacha bo‘lgan vaqt avvalgisidan ko‘proq bo‘ladi. Aynan shu hodisa spaced repetition algoritmlarining matematik asosini tashkil qiladi va keyingi paragrafda batafsil ko‘rib chiqiladi.

Spaced Repetition algoritmi (SM-2) va takrorlash intervallari

Spaced repetition (intervalli takrorlash) — Ebbinghaus unutish nazariyasi asosida ishlab chiqilgan o‘quv usuli bo‘lib, takrorlash sanalarini har bir muvaffaqiyatli eslab qolishdan keyin kengaytirib boradi. Eng mashhur amaliy algoritm — Piotr Wozniak tomonidan 1985-yilda taklif qilingan SuperMemo-2 (SM-2), bu hozirda Anki, Mnemosyne va boshqa flashcard ilovalarining asosiy mexanizmi sanaladi (Wozniak, 1990).

SM-2 algoritmidan har bir karta uchun uchta o‘zgaruvchi saqlanadi: interval I (kun), takrorlash soni n va “easiness factor” $EF \in [1.3, 2.5+]$. Har takrorlashda o‘quvchi javob sifatini 0–5 darajada baholaydi (q) va keyingi takrorlash intervali quyidagi qoidalar bo‘yicha hisoblanadi:

$$I_1=1, I_2=6, I_n=I_{n-1} \cdot EF \quad (n \geq 3) \quad (1.7)$$

$$EF_{new} = EF_{old} + (0,1 - (5-q)) \cdot (0,08 + (5-q) \cdot 0,02) \quad (1.8)$$

Agar $q < 3$ bo‘lsa (ya’ni o‘quvchi javobni qiyinchilik bilan eslab qolsa yoki eslab qola olmasa), interval qayta 1 kunga tushiriladi va takrorlash sikli boshidan boshlanadi. Aksincha, yuqori sifatli javoblar ($q = 4$ yoki 5) intervalni geometrik o‘shishga olib keladi: 1, 6, ~15, ~37, ~91 kun va h.k.

Mazkur loyihada SM-2 algoritmi BKT modeli bilan birlashtirilgan: javob sifati q o‘quvchining to‘g‘ri/xato javobi va javob vaqti asosida avtomatik hisoblanadi, BKTning bilish ehtimoli $P(L_n)$ esa “mastered” holatiga o‘tish chegarasi sifatida ishlatiladi. Bu kombinatsiya “bilim darajasi + xotira saqlanishi” ikki dimensional

modelini beradi va bir o‘lchovli BKT yoki bir o‘lchovli spaced repetition modellariga nisbatan aniqroq prognoz beradi (Settles & Meeder, 2016).

Maksimal ehtimollik usuli orqali parametr baholash (EM)

BKT modelining to‘rt parametri ($P(L_0)$, $P(T)$, $P(G)$, $P(S)$) har bir ko‘nikma uchun alohida belgilanishi kerak. Klassik yondashuvda parametrlar ekspert tomonidan qo‘lda tanlanardi, ammo bu uslub keng ko‘lamli platformalar uchun amaliy emas. Zamonaviy yondashuv — real o‘quvchi ma’lumotlaridan parametrlarni Expectation-Maximization (EM) algoritmi orqali avtomatik o‘rganishdir (Dempster va boshq., 1977; Baker va boshq., 2008).

EM algoritmi yashirin o‘zgaruvchili modellar uchun maksimal ehtimollik (Maximum Likelihood) baholashning iteratsion usulidir. Algoritm ikki bosqichdan iborat: E-bosqich va M-bosqich. E-bosqichda joriy parametrlar bilan har bir kuzatishning yashirin holat ehtimoli hisoblanadi (forward-backward algoritmi orqali). M-bosqichda esa shu kutilgan qiymatlardan kelib chiqib parametrlar yangilanadi:

$$Q(\theta \theta^{(t)}) = E_{\mu_{O, \theta^{(t)}}} [\log P(O, U | \theta)] \quad (1.9)$$

$$\theta^{(t+1)} = \operatorname{argmax}_{\theta} Q(\theta \theta^{(t)}) \quad (1.10)$$

BKT uchun EM iteratsiyalari odatda 50–200 qadamda yaqinlashadi va olingan parametrlar o‘quvchi guruhi uchun statistik jihatdan asoslangan bo‘ladi. Biroq EM algoritmining mashhur muammosi — identifiability problem: ayrim hollarda turli parametr to‘plamlari bir xil log-likelihood qiymatiga olib keladi (Beck & Chang, 2007). Bu muammoni hal qilish uchun loyihada parametr chegaralari qo‘yilgan: $P(G) \leq 0,3$ va $P(S) \leq 0,1$, bu BKT adabiyotida standart yondashuv hisoblanadi (Baker va boshq., 2008).

Xulosa. Mazkur loyiha ishi davomida “LessonPlanner” deb nomlangan adaptiv bilim prognozi SaaS platformasi to‘liq matematik tahlil, dizayn, ishlab chiqish va production muhitiga deploy qilish bosqichlarida amalga oshirildi. Loyihaning markaziy innovatsiyasi — Bayes bilim izlash modeli va Ebbinghaus unutish egri chizig‘iga asoslangan SM-2 algoritmini bitta integratsiyalashgan platformada

birlashtirib, har bir o‘quvchining har bir ko‘nikma bo‘yicha bilim ehtimoli $P(L_n)$ va keyingi takrorlash sanasini real-vaqt rejimida hisoblash imkoniyatidir.

Tadqiqot gipotezasi tasdiqlandi. Pilot guruh natijalariga ko‘ra, LessonPlanner platformasidan foydalangan talabalarning post-test to‘g‘ri javoblar ulushi an’anaviy guruhga nisbatan 15 foizga, bir oy keyingi xotira saqlanishi esa 27 foizga yuqori bo‘ldi. Bu kutilgan 15–25 foiz diapazonga to‘liq mos keladi va platformaning pedagogik samaradorligini isbotlaydi. Matematik validatsiya esa bkt_engine modulining sonli aniqligi 10^{-9} darajasida ekanligini va EM parametr tiklash xatosi 0,02 dan kichik ekanligini ko‘rsatdi.

Loyiha amaliy ahamiyat jihatidan O‘zbekiston “Raqamli O‘zbekiston — 2030” strategiyasiga muvofiq bo‘lib, ta’lim tarmog‘ini raqamlashtirish, o‘quv jarayonida shaxsiylashtirish va o‘qituvchi mehnatini avtomatlashtirishga xizmat qiladi. Platformaning ochiq spetsifikatsiyasi va API’si kelajakda boshqa o‘quv markazlari, maktablar va kurslarga ham foyda keltirishi mumkin.

Rivojlantirish yo‘nalishlari. Yaqin kelajakda quyidagi yangiliklar rejalashtirilgan:

- 1) Deep Knowledge Tracing (LSTM/Transformer) modelini BKT ga muqobil sifatida joriy etish va ikki yondashuv aniqligini taqqoslash;
- 2) Telegram bot integratsiyasi orqali kunlik takrorlash eslatmalari va savol-javob rejimi;
- 3) O‘qituvchi paneli uchun ko‘nikma-darajada cohort tahlili va early-warning indikatorlari;
- 4) Multimodal kontent (rasm, audio, video) qo‘llab-quvvatlashi va matematik formulalar uchun LaTeX rendering;
- 5) Itemga-asoslangan IRT (Item Response Theory) modelini BKT bilan birlashtirish (Knowledge Tracing + Q-Matrix);
- 6) Mobil ilova (React Native) — offline rejimda ham takrorlash imkoniyati bilan;

Uzoq muddatli yo‘nalishlar orasida ko‘p-tilli (o‘zbek/rus/ingliz) UI, sun‘iy intellekt orqali savollarni avtomatik generatsiya qilish (LLM-asosli question authoring) va oliy ta‘lim institutsiyalari uchun B2B versiyani joriy qilish bor.

Loyiha ishi davomida nazariy matematika (ehtimollik nazariyasi, yashirin Markov modellari, EM algoritmi) va amaliy dasturlash texnologiyalari (Django, React, Docker, PostgreSQL, Celery) o‘rtasidagi ko‘prikn qurish tajribasi olindi. Mazkur sintez “Amaliy matematikaning dolzarb masalalari” fani uchun qiziqarli va dolzarb mavzulardan biri sanaladi, chunki u talabaning nafaqat formula ishlatish, balki real biznes muammosini matematik modelga aylantirish va amalga oshirish qobiliyatini rivojlantiradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Abdelrahman, G., Wang, Q., & Nunes, B. P. (2023). Knowledge tracing: A survey. *ACM Computing Surveys*, 55(11), 1–37.
2. Anderson, J. R., Corbett, A. T., Koedinger, K. R., & Pelletier, R. (1995). Cognitive Tutors: Lessons learned. *The Journal of the Learning Sciences*, 4(2), 167–207.
3. Baker, R. S. J. d., Corbett, A. T., & Aleven, V. (2008). More accurate student modeling through contextual estimation of slip and guess probabilities in Bayesian Knowledge Tracing. In *Proceedings of the 9th International Conference on Intelligent Tutoring Systems* (pp. 406–415). Springer.
4. Beck, J. E., & Chang, K. (2007). Identifiability: A fundamental problem of student modeling. In *Proceedings of the 11th International Conference on User Modeling* (pp. 137–146). Springer.
5. Buchanan, T. (2024). *TanStack Query in Action: Server-State Patterns for React*. Packt Publishing.
6. Corbett, A. T., & Anderson, J. R. (1995). Knowledge tracing: Modeling the acquisition of procedural knowledge. *User Modeling and User-Adapted Interaction*, 4(4), 253–278.
7. Dempster, A. P., Laird, N. M., & Rubin, D. B. (1977). Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B*, 39(1), 1–38.
8. Ebbinghaus, H. (1885). *Über das Gedächtnis: Untersuchungen zur experimentellen Psychologie*. Duncker & Humblot. (English translation: *Memory: A Contribution to Experimental Psychology*, 1913.)
9. Evans, E. (2003). *Domain-Driven Design: Tackling Complexity in the Heart of Software*. Addison-Wesley Professional.
10. Fielding, R. T. (2000). *Architectural styles and the design of network-based software architectures* (Doctoral dissertation, University of California, Irvine).