

JALILOV SH.S., SATTOROV M.E.

QDTU katta o'qituvchisi. mamadiyorsattorov29@gmail.com

Kalit so'zlar: Sistema, Matritsa, determinant, model, obyekt.

Chiziqli n noma'lumli m ta tenglamalar sistemasining umumiy ko'rinishi quyidagicha:

Bu matrisani matrisa ko‘rinishi quyidagicha

$$AX = B,$$

bo‘lib, bu yerda

A-tenglamalar sistemasining matrisasi, *X*-noma'lumlar matrisasi, *B*-ozod hadlar matrisasi.

Agar n noma'lumli n ta tenglamalar sistemasi matrisasining determinant noldan farqli bo'lsa, ya'ni $\Delta \neq 0$, u holada bunday sistemani yechimi yagona bo'lib, u quyidagi formulalar orqali topiladi:

Teskari matrisa yordamida:

$$X = A^{-1}B; \quad (3)$$

Kramer formulasi yordamida

$$x_j = \frac{\Delta_j}{\lambda} (j = 1, \dots, n),$$

Bu yerda Δ_j - A matrisaning j -ustunini ozod hadlar B ustuniga almashtirgan matrisaning determinant.

(1) ko‘rinishdagi har qanday sistemani Gauss usuli orqali yechish mumkin. Buning uchun tenglamalar sistemasining kengaytirilgan matrisasini tuzamiz $(A)-A$ matrisaga B matrisa ustunini yozib, tuzilgan A matrisani elementar almashtirishlar yordamida zinali (yoki diagonal) shaklga keltiramiz. Hosil bo‘lgan matrisa asosida yangi sistemani yozamiz va uni noma’lumlarni ketma-ket yo‘qotish yordamida yechamiz.

1-Masala. Firma ikki bo‘limdan iborat bo‘lib, o‘tgan yilda ularning yalpi daromadi 120 mln.ni tashkil etdi. Bu yilda birinchi bo‘linmaning daromadi 80 %, ikkinchisniki 50 % ga oshirish mo‘ljallangan. Natijada firmaning yalpi daromadi 1,6 marta oshishi kerak. Har bir bo‘linmaning daromad miqdori a) o‘tdan yilda; b) bu yildagilarni toping.

Yechish. Faraz qilaylik X va Y birinchi va ikkinchi bo'linmalarining o'tgan yildagi daromadlari bo'lsin. Bunda masala shartini quyidagi sistema ko'rinishida yozish mumkin.

$$\begin{cases} x + y = 120 \\ 1,8x + 1,5y = 192 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 120 - x \\ 1,8x + 1,5 \cdot (120 - x) = 192 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 80 \end{cases}$$

Sistema yechimi $x = 4, y = 8$.

Demak: a) o'tgan yilda bo'linmalarining daromadi 40 mln va 80 mln.

b) joriy yilda birinchi bo'linmaning daromadi $x_1 = 1,8 \cdot 40 = 72$ mln

Ikkinchi bo'linma: $y_1 = 1,5 \cdot 80 = 120$ mln

2-Masala. O'zaro hamkorlikda faoliyat ko'rsatuvchi ikki tarmoqda mahsulot ishlab chiqarish va ularning mahsulotlarini ichki iste'mol va tashqi bozorga taqsimlanishi masalasini ko'rib chiqaylik. Birinchi tarmoqda 1 so'mlik mahsulot ishlab chiqarish uchun ikkinchi tarmoqning 0,3 so'mlik mahsuloti sarflansin, ikkinchi tarmoqda 1 so'mlik mahsulot ishlab chiqarish uchun esa birinchi tarmoqning 0,5 so'mlik mahsuloti sarflansin. Shu bilan birga birinchi tarmoq 3 mln. so'mlik mahsulot, ikkinchi tarmoq esa 5 mln. so'mlik mahsulotni tashqi bozor uchun ishlab chiqarish rejalashtirilgan bo'lsin. Bunday rejani bajarish uchun har bir tarmoq qanchadan mahsulot ishlab chiqarishi kerak?

Yechish. Faraz qilaylik, iqtisodiyotda ikki tarmoq o'z mahsulotlarini ichki va tashqi bozor uchun ishlab chiqarish jarayonida o'zaro Tovar ayirboshlash orqali munosabatda bo'lsin. Ya'ni har bir tarmoq o'z mahsulotini ishlab chiqarish uchun ikkinchi tarmoqning mahsulotidan foydalanadi. Masalan, mashinasozlik va energetika sanoatlari va boshqalar. Iqtisodiyotda yuz beradigan bunday holatlarda har bir tarmoq qancha hajmda mahsulot ishlab chiqarsa ham ichki, ham tashqi bozor talabini qondira oladi, degan masala dolzarb masala sifatida qaraladi.

Iqtisodiyotda bunday masalalarni hal etish uchun quyidagi tenglamalar sistemasidan iborat modellar qo'llaniladi:

$$\begin{cases} x_1 = a_{12}x_2 + b_1 \\ x_2 = a_{21}x_1 + b_2 \end{cases} \quad (*)$$

bu yerda x_1, x_2 -mahsulotlarni ishlab chiqarish rejasi, a_{12}, a_{21}, b_1, b_2 -manfiy bo'lmagan parametrlar. a_{12} -1 so'mlik ikkinchi mahsulotni ishlab chiqarish uchun birinchi mahsulotning sarfi, a_{21} -1 so'mlik birinchi mahsulotni ishlab chiqarish uchun ikkinchi mahsulotning sarfi, b_1, b_2 - birinchi va ikkinchi mahsulotlarning tashqi bozorga chiqariladigan qismi.

Yechim $a_{12} \cdot a_{21} \neq 1, a_{12} < 1, a_{21} < 1$ shartlarni qanoatlantirgan hollarda yagona bo'ladi.

Yuqoridagi masalaning shartiga ko'ra $b_1 = 3000000, b_2 = 5000000$ va $a_{12} = 0,5, a_{21} = 0,3, a_{12} \cdot a_{21} = 0,5 \cdot 0,3 \neq 1$ bo'ladi.

Bularni (*) sistemaga qo'ysak

$$\begin{cases} x_1 = 0,5x_2 + 3000000 \\ x_2 = 0,3x_1 + 5000000 \end{cases}$$

Ushbu model parametrlari yechimning yagonalik shartlarini qanoatlantiradi. Yagona yechim quyidagidan iborat bo'ladi:

$$x_1 = \frac{3000000 + 0,5 \cdot 5000000}{1 - 0,5 \cdot 0,3} = 6,471 \text{ mln. so'm,}$$

$$x_2 = \frac{5000000 + 0,3 \cdot 3000000}{1 - 0,5 \cdot 0,3} = 6,941 \text{ mln. so'm.}$$

Demak birinchi tarmoq korxonasi 6,471 mln. so'mlik mahsulot ishlab chiqarib, 3 mln so'mlik mahsulotni tashqi bozorga chiqaradi, 3,471 mln.so'mlik mahsulotni ichki isle'molga sarflaydi.

Ikkinchi tarmoq korxonasi 6,941 mln.so'mlik mahsulot ishlab chiqarib, 5 min. so'mlik mahsulotni tashqi bozorga chiqaradi, 1,941 mln. so'mlik mahsulotni ichki iste'mol uchun sarflaydi.

3-Masala. Savdoning strukturaviy matrisasi berilgan bo'lsa, davlatlarning miliy daromadlarining (savdoning balanslashtirish uchun) nisbatini hisoblang;

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0,25 & 0 \\ 0,5 & 0,5 & 1 \\ 0 & 0,25 & 1 \end{pmatrix}$$

Yechish. Oldin berilgan matrisaning xos qiymatlarini topamiz:

$$|A - \lambda E| = 0 \rightarrow \begin{vmatrix} 0 - \lambda & 0,25 & 0 \\ 0,5 & 0,5 - \lambda & 1 \\ 0 & 0,25 & 1 - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = -0,2$$

Masala shartiga asosan $\lambda = 1$ xos qiymat ma'noga ega. Shu xos qiymatga mos bo'lgan xos vektorni hisoblaymiz:

$$(A - \lambda E)X = 0 \Rightarrow \lambda = 1$$

$$|A - E|X = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{vmatrix} -1 & 0,25 & 0 \\ 0,5 & -0,5 & 1 \\ 0 & 0,25 & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

sistemaning Gauss usuli bilan yechimini topamiz. $x = (C; C; C)$.

Bundan kelib chiqadiki uchta davlatlarning savdosini muvoffiqligini taminlash uchun ularning milliy daromadlari 1:1:1 nisbatda bo'lishi kerak.

4-Masala. Tikuv fabrikasida 3-kun davomida kostyumlar, plashlar va kurtkalar tikishdi. 3-kunda ishlab chiqarilgan mahsulotlar hajmi va sarflangan pul miqdori ma'lum:

Kun	Mahsulotni ishlab chiqarish hajmi (birliklarda)			Xarajatlar (ming shartli birliklarda)
	kostyum	Plash	kurtka	
Birinch	50	10	30	176
Ikkinchi	35	25	20	168
Uchinchi	40	20	30	184

Har bir mahsulotning tan narxini hisoblang.

Yechilishi. Mahsulotlarni belgilab olamiz. Bunda X – kostyum, Y- plash, Z- kurtka

$$\begin{cases} 50x + 10y + 30z = 176 \\ 35x + 25y + 20z = 168 \\ 40x + 20y + 30z = 184 \end{cases}$$

Har bir mahsulotning soni $X=1,8$, $Y=2,6$, $Z=2$ shularga teng bo'ladi.

ADABIYOTLAR

1. A.Soleyev, X.Nosirova, Ya.Muxtorov, T.Buriyev. *MATEMATIKA (iqtisodchilar uchun amaliy mashg'ulotlar)*. Samarqand 2017-y.
2. *Iqtisodchilar uchun matematika*. T. 2016-y
3. X.M.Shodimetov, N.A.Asqarov, B.N.Abduqayumov. *Iqtisodiy-matematik usullar va modellar toshkent 2010*
4. Карачев А. И. и др. «Математические методы и модели в планировании», «Экономика», 1987