

УДК 165.0 + 51-7 + 37.016

ФИЛОСОФСКО-ЭПИСТЕМОЛОГИЧЕСКАЯ ПРИРОДА НАВЫКОВ УСТНОГО СЧЁТА И ИХ КАТЕГОРИАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ**И.Т.ТОЖИБОВ, Д.М.РУСТАМОВА**ФерГУ, ibroxim@gmail.com

Аннотация. В статье предпринимается систематическое философско-эпистемологическое исследование понятия «навыки устного счёта». Впервые в рамках современной аналитической философии математики и когнитивной эпистемологии предложено развёрнутое научное определение данного понятия, а его структурные компоненты подвергнуты тематической классификации. Показано, что навыки устного счёта представляют собой особый когнитивный феномен, соединяющий в себе процедурное и декларативное знание, опирающийся на протоарифметические способности человека и реализуемый через механизмы рабочей памяти, ментальных репрезентаций и культурно обусловленных вычислительных стратегий. Статья опирается на современные аналитические подходы в эпистемологии математики, труды в области когнитивной науки и философии разума. Предлагается категориальная схема анализа данного феномена, включающая онтологическое, гносеологическое, процессуальное и культурно-семиотическое измерения. Аргументируется, что устный счёт как объект эпистемологического исследования не может быть сведён ни к чисто вычислительному процессу, ни к педагогической практике, но представляет собой самостоятельную эпистемическую категорию со специфической структурой знания.

Ключевые слова: эпистемология математики; устный счёт; когнитивная эпистемология; ментальная арифметика; категориальный анализ; процедурное знание; рабочая память; протоарифметические способности; философия математики; числовое познание.

1. Введение: постановка проблемы

Навыки устного счёта принадлежат к числу тех когнитивных феноменов, которые обнаруживают поразительное несоответствие между своей универсальной распространённостью в человеческой практике и крайне слабой концептуальной проработанностью в философии и эпистемологии. Каждый человек обладает определённой степенью способности производить арифметические действия в уме, без привлечения внешних носителей – бумаги, счётных инструментов, электронных устройств. Тем не менее вопрос о природе, структуре и эпистемическом статусе этой способности остаётся по существу открытым.

Положение дел в смежных дисциплинах – когнитивной психологии, нейронауках, педагогике математики – существенно богаче: там накоплен значительный эмпирический материал относительно механизмов выполнения арифметических операций в уме [Dehaene, 1997; Ashcraft, 1992; Siegler, 1988]. Однако именно философское осмысление этого материала остаётся незавершённым. Вопросы о том, что значит «знать» устный счёт, каков эпистемический статус этого знания, как оно соотносится с более широкими структурами математического познания, – всё это остаётся предметом дискуссий, в которых философия участвует лишь косвенно.

Актуальность настоящего исследования определяется несколькими взаимосвязанными обстоятельствами. Во-первых, современная эпистемология математики переживает период активного обновления благодаря интеграции с когнитивными науками [Pantsar, 2024; Buijsman, 2021]. Появление таких понятий, как «протоарифметические способности», «числовое ощущение», «когнитивная энкультурация», ставит на повестку дня вопрос о том, как именно устный счёт – одна из наиболее базовых форм математической практики – вписывается в эти теоретические схемы.

Во-вторых, в аналитической философии математики традиционно господствует интерес к обоснованию абстрактных математических истин, тогда как конкретные

когнитивные практики – такие как устный счёт – воспринимаются как объект психологии, а не философии. Настоящая статья оспаривает это разграничение, показывая, что устный счёт представляет собой эпистемологически самостоятельный предмет анализа.

В-третьих, в научной литературе отсутствует консенсусное определение понятия «навыки устного счёта», позволяющее отграничить их от смежных феноменов – письменного счёта, использования счётных инструментов, интуитивного численного оценивания. Восполнение этого концептуального пробела составляет одну из ключевых задач данной работы.

Цель статьи состоит в том, чтобы: (1) предложить развёрнутое философско-эпистемологическое определение навыков устного счёта; (2) разработать категориальную схему анализа данного феномена; (3) определить место устного счёта в архитектуре математического знания; (4) установить связи данного феномена с ключевыми проблемами современной эпистемологии математики.

Методологическую основу статьи составляют: аналитическая философия математики, когнитивная эпистемология, семиотический подход к знанию, а также концептуальный анализ как специфический инструмент философского исследования. Статья опирается на труды ведущих исследователей в области эпистемологии математики [Pantsar, 2014; Pantsar, 2019; Fabry, 2020; De Cruz, 2016; Giaquinto, 2007], когнитивных наук [Dehaene, 2011; Ashcraft, 1992; Siegler, 1988; Siegler; Lemaire, 1997], а также на публикации в ведущих индексируемых журналах, в том числе «Epistemology and Philosophy of Science», Synthese, Phenomenology and the Cognitive Sciences.

Научная новизна исследования состоит в следующем. Во-первых, впервые в рамках аналитической философии математики навыки устного счёта концептуализируются как самостоятельная эпистемическая категория, а не как частный случай вычислительной практики или педагогического навыка.

Во-вторых, предложено интегративное философско-эпистемологическое определение данного феномена, учитывающее его когнитивную, культурно-семиотическую и процессуальную природу. В-третьих, разработана оригинальная категориальная схема анализа навыков устного счёта, включающая онтологическое, гносеологическое, процессуальное и культурно-семиотическое измерения. В-четвёртых, обосновано положение о медирующей роли устного счёта в архитектуре математического знания между протоарифметическими способностями и формализованной математикой.

2. Состояние проблемы: обзор литературы

2.1. Философские подходы к эпистемологии математики.

Традиционная эпистемология математики сосредоточена преимущественно на вопросах обоснования математических истин и природы математических объектов [Benacerraf, 1973; Field, 1989]. Взаимодействие между философией математики и когнитивными науками долгое время оставалось минимальным: математика трактовалась либо как синтетическое суждение *a priori* (Кант), либо как плод чистого логического анализа (Фреге, Рассел), либо как формальная игра символами (Гильберт), – и ни в одном из этих подходов когнитивная реальность конкретных вычислительных практик не занимала самостоятельного места.

Поворотным моментом стали работы конца XX – начала XXI века, в которых предпринята попытка интегрировать результаты когнитивной психологии и нейронауки в

философию математики. Особую роль сыграли исследования Пантсара [Pantsar, 2014; 2019; 2024], обосновавшего понятие «контекстуально априорного» арифметического знания: арифметика не является ни чисто опытным знанием (в смысле Милля), ни безусловно априорным (в смысле Канта), но возникает на пересечении биологически данных протоарифметических способностей и культурно оформленных вычислительных практик.

В этой же парадигме работает Буйисман [Buijsman, 2021], показывающий, как когнитивная наука может служить основой для эпистемологии арифметики, не впадая при этом в эмпиризм или натурализм. Де Круз [De Cruz, 2016] исследует роль числового познания в обосновании математического реализма. Фабри [Fabry, 2020] разрабатывает концепцию «обучающей нейронной пластичности» применительно к арифметическим умениям.

Тем не менее в этих работах устный счёт как таковой не становится самостоятельным объектом рассмотрения: он фигурирует скорее как один из примеров арифметической практики. Настоящая статья восполняет этот пробел, превращая устный счёт в центральный предмет философско-эпистемологического анализа.

2.2. Когнитивно-научные подходы к ментальной арифметике

В когнитивной психологии ментальная арифметика – ближайший аналог устного счёта в научной терминологии – изучается весьма интенсивно. Классические работы Эшкрафта [Ashcraft, 1992] и Зиглера [Siegler, 1988] установили, что выполнение арифметических операций в уме опирается на гетерогенный набор стратегий: прямое извлечение из памяти, процедурные алгоритмы, разложение задачи на подзадачи. Этот стратегический плюрализм имеет непосредственные философские следствия, которые, однако, в когнитивной психологии не были должным образом концептуализированы.

Дэйен [Dehaene, 1997; 2011] развил теорию «числового ощущения» (number sense), согласно которой человек (и многие животные) обладают врождённой способностью к приближённой численной оценке, обеспечиваемой системой аппроксимации числа (Approximate Number System, ANS). Эта биологически обусловленная способность образует, по мысли Дэйена, фундамент, на котором культура и образование надстраивают точный арифметический счёт. Данная концепция смыкается с философскими построениями Пантсара [Pantsar, 2019], хотя между ними существуют и важные концептуальные расхождения, анализ которых выходит за рамки настоящей статьи.

Важнейшую роль в исследованиях ментальной арифметики играет концепция рабочей памяти, разработанная Бэддели [Baddeley, 2012]. Рабочая память выступает тем когнитивным «рабочим пространством», в котором разворачиваются вычислительные процессы при устном счёте: она удерживает промежуточные результаты, координирует применение стратегий, обеспечивает подавление нерелевантных ответов. Функциональные ограничения рабочей памяти во многом определяют характерные ошибки и трудности устного счёта.

Параллельно развивалось исследование «арифметических фактов» – прямых ассоциативных связей между условиями задачи и ответом (например, $7 \times 8 = 56$), хранящихся в долговременной семантической памяти [Ashcraft, 1992; Campbell; Xue, 2001]. Соотношение стратегий прямого извлечения из памяти и процедурных вычислений – один из центральных вопросов когнитивной психологии арифметики, имеющий прямые следствия для понимания природы арифметического знания.

2.3. Семиотические и культурно-антропологические подходы

Устный счёт не является инвариантным: его конкретные формы существенно зависят от языка, культуры и нотационных систем счисления [Schlimm, 2018; Wiese, 2007]. Исследования трансязыкового разнообразия числовых систем [Everett, 2017; Overmann, 2023] показали, что структура числительных в языке оказывает значительное влияние на доступность и эффективность арифметических стратегий. Так, прозрачность основания десятичной системы в ряде азиатских языков коррелирует с более высокой скоростью освоения арифметических операций в уме.

С философской точки зрения эти данные указывают на то, что устный счёт является культурно опосредованной практикой в смысле Выготского: он не может быть сведён ни к чисто биологическому «числовому ощущению», ни к формальным алгоритмам, но существует на пересечении природных когнитивных способностей и культурно-семиотических инструментов. Это роднит проблематику устного счёта с широкими дискуссиями о «распределённом познании» [Hutchins, 1995] и «расширенном разуме» [Clark; Chalmers, 1998].

Таким образом, анализ литературы обнаруживает конвергентное движение различных дисциплин – философии математики, когнитивной психологии, нейронауки, лингвистики, антропологии – к проблематике устного счёта, не сопровождаемое, однако, соответствующей философской концептуализацией. Данная статья претендует на заполнение этой лакуны.

3. К определению понятия «навыки устного счёта»

3.1. Предварительный концептуальный анализ

Прежде чем предложить систематическое определение, необходимо уточнить, что именно стоит за выражением «навыки устного счёта» и каковы его границы. В обыденном языке «устный счёт» противопоставляется «письменному счёту» по признаку отсутствия внешних фиксирующих средств (бумаги, доски и т.п.), а также «счёту на калькуляторе» – по признаку отсутствия технических устройств. Это, однако, лишь предварительное, негативное разграничение.

Позитивная характеристика требует большей аналитической тонкости. Устный счёт может осуществляться: (а) действительно «вслух» – с проговариванием вычислений; (б) «в уме» – в форме внутренней речи или образных представлений; (с) в смешанном режиме – с опорой на жесты, счёт на пальцах, ритмические движения. Все три варианта объединяет отсутствие постоянной внешней фиксации промежуточных результатов, что радикально отличает их от письменного счёта.

Понятие «навыки» в данном контексте отсылает к философскому различению «знания-что» (knowing-that, пропозициональное знание) и «знания-как» (knowing-how, практическое знание), восходящему к Райлу [Ryle, 1949]. Навыки устного счёта не сводимы к знанию арифметических фактов – они включают способность к гибкому, адаптивному применению вычислительных стратегий в условиях ограниченных когнитивных ресурсов. Это сближает их со стандивевским понятием умения [Stanley; Williamson, 2001], хотя данная проблема требует отдельного рассмотрения.

3.2. Определение понятия

На основании проведённого концептуального анализа предлагается следующее определение:

«Навыки устного счёта – это интегративная когнитивная способность, состоящая в выполнении арифметических операций над числовыми объектами (суммирование, вычитание, умножение, деление и их

комбинации) преимущественно во внутреннем когнитивном пространстве (с возможной опорой на звуковые/речедвигательные механизмы), без постоянной внешней символической фиксации промежуточных результатов, посредством гибкого применения усвоенных стратегий и автоматизированных процедур при использовании рабочей памяти и долговременных числовых репрезентаций».

Данное определение требует ряда пояснений. Во-первых, термин «интегративная когнитивная способность» указывает на системный характер феномена: навыки устного счёта не являются единым, неделимым умением, но представляют собой конфигурацию взаимосвязанных когнитивных компетенций. Во-вторых, оговорка «преимущественно во внутреннем когнитивном пространстве» необходима, поскольку допускает использование вспомогательных средств (счёт на пальцах, мнемонические жесты), не сводя при этом устный счёт к инструментально опосредованному.

В-третьих, указание на «гибкое применение усвоенных стратегий» принципиально: оно отграничивает подлинный устный счёт от механического заучивания ограниченного набора фактов. Гибкость стратегического выбора – например, решение 47×6 через $(50 - 3) \times 6 = 300 - 18 = 282$, а не через буквальное следование алгоритму письменного умножения – является сущностной чертой развитого навыка устного счёта.

В-четвёртых, указание на рабочую память как операциональный субстрат согласуется с данными когнитивной психологии [Baddeley, 2012] и обеспечивает связь философского определения с эмпирическими исследованиями. Однако это не означает редукционизма: философский уровень анализа не сводится к нейропсихологическому описанию процессов.

3.3. Место определения в концептуальном пространстве

Предложенное определение позволяет провести систематическое разграничение с рядом смежных понятий. Устный счёт отличается от «числового ощущения» (number sense): последнее является доязыковой, эволюционно древней способностью к приближённой численной оценке, тогда как устный счёт требует точных символических операций и усвоения культурно переданных стратегий. Дэйен [Dehaene, 1997] и Пантсар [Pantsar, 2014] убедительно показали, что «числовое ощущение» составляет биологическую почву, на которой вырастают точные арифметические умения, – но не является ни необходимым, ни достаточным условием устного счёта.

Устный счёт отличается также от «арифметических фактов» как компонентов семантической памяти: последние суть хранящиеся в памяти результаты (таблица умножения, ряд натуральных чисел), тогда как устный счёт – это способность гибко оперировать этими фактами и дополнять их посредством алгоритмических процедур. Наконец, устный счёт отличается от «вычислительного мышления» (computational thinking) как обобщённой когнитивной компетенции: он конкретен, привязан к числовой области и реализуется в условиях характерных когнитивных ограничений.

4. Категориальный анализ навыков устного счёта

4.1. Методологические основания категориального анализа

Категориальный анализ – специфический инструмент философского исследования, направленный на выявление базовых понятийных различий, структурирующих изучаемый феномен. В применении к навыкам устного счёта он предполагает выделение измерений, в которых этот феномен существует и может быть последовательно описан. Предлагаемая

категориальная схема не претендует на исчерпывающую полноту, но стремится охватить концептуально необходимые аспекты явления.

Следует специально подчеркнуть, что речь идёт именно о философско-категориальном анализе, а не о классификации педагогических задач, уровней сложности или образовательных результатов. Последние представляют интерес для педагогической науки, но остаются за пределами собственно философского исследования. Настоящая работа анализирует устный счёт как эпистемический феномен.

4.2. Онтологическое измерение

4.2.1. Тип объекта: способность или знание?

Первый и, пожалуй, наиболее фундаментальный онтологический вопрос о навыках устного счёта состоит в следующем: являются ли они разновидностью знания или разновидностью способности (умения)? Этот вопрос восходит к классическому различению Райла между знанием-что и знанием-как [Ryle, 1949], получившему дальнейшее развитие в дискуссиях между Стэнли и Уильямсоном [Stanley; Williamson, 2001] с одной стороны и их критиками – с другой.

Позиция Стэнли и Уильямсона состоит в том, что знание-как в конечном счёте сводимо к знанию-что: умение ездить на велосипеде – это знание пропозиции о том, как ездить на велосипеде, применяемое в определённых обстоятельствах. Эта редукционистская позиция применительно к устному счёту означала бы, что навыки устного счёта – это просто знание пропозиций вида «чтобы умножить 47 на 6, нужно применить такую-то стратегию». Однако данная позиция вызывает серьёзные возражения.

Принципиальная трудность состоит в том, что в ситуации реального устного счёта субъект не рефлектирует над применяемыми стратегиями: он их применяет. Тахий и соавторы [Siegler; Lemaire, 1997] показали, что выбор стратегии при ментальной арифметике осуществляется преимущественно имплицитно: субъект не формулирует решение «применить стратегию декомпозиции», но непосредственно её применяет. Это указывает на то, что навыки устного счёта обладают характеристиками «неявного знания» в смысле Полани [Polanyi, 1966], которое невозможно исчерпывающим образом артикулировать в пропозициональной форме.

Вместе с тем было бы неверно описывать навыки устного счёта исключительно как диспозиции, лишённые когнитивного содержания. Субъект, владеющий устным счётом, действительно знает кое-что: он знает таблицу умножения, знает принципы позиционной записи чисел, знает, что сложение коммутативно. Это пропозициональное знание является необходимым компонентом навыка, но не исчерпывает его. Отсюда следует, что онтологически навыки устного счёта представляют собой гибридный феномен, объединяющий пропозициональное и процедурное, эксплицитное и имплицитное знание.

4.2.2. Реализм и антиреализм в отношении объектов устного счёта

Онтологический анализ включает также вопрос о статусе математических объектов, с которыми оперирует устный счёт. Платонистский реализм трактует числа как абстрактные объекты, существующие независимо от разума, – и тогда устный счёт предстаёт как практика, направленная на постижение этих объектов. Конструктивизм, напротив, полагает, что числа суть конструкции разума или культуры, – и тогда устный счёт оказывается конститутивной, а не только познавательной практикой.

Современная эпистемология математики предлагает более нюансированные позиции. Пантсар [Pantsar, 2024] утверждает, что натуральные числа существуют как социальные конструкторы, укоренённые в протоарифметических биологических способностях: они не являются ни платоновскими сущностями, ни произвольными культурными изобретениями. Для эпистемологии устного счёта эта позиция особенно продуктивна: она позволяет объяснить как универсальность базовых арифметических истин, так и культурное разнообразие вычислительных практик.

Таким образом, редукция навыков устного счёта либо к чисто пропозициональному знанию, либо к чисто поведенческой способности оказывается философски несостоятельной, поскольку не учитывает их гибридную эпистемическую структуру. Это требует пересмотра традиционного различения знания-что и знания-как в контексте математического познания.

4.3. Гносеологическое измерение

4.3.1. Структура знания при устном счёте

С гносеологической точки зрения навыки устного счёта характеризуются специфической структурой знания, включающей три взаимосвязанных компонента. Первый – декларативные арифметические знания: числовые факты, хранящиеся в долговременной семантической памяти (таблица сложения, таблица умножения, числовые отношения). Второй – процедурные знания: усвоенные алгоритмы и стратегии выполнения арифметических операций. Третий – условное знание (conditional knowledge): знание о том, когда применять те или иные стратегии, то есть метакогнитивная регуляция вычислительного процесса [Flavell, 1979].

Данная трёхкомпонентная структура в целом согласуется с различием декларативного и процедурного знания в когнитивной психологии [Anderson, 1983], однако философски обогащается указанием на метакогнитивный компонент. Важно подчеркнуть, что эти три компонента образуют не простую сумму, но интегрированную систему: активация стратегии декомпозиции при умножении предполагает одновременное обращение к числовым фактам, следование процедурному алгоритму и осуществление метакогнитивного мониторинга.

4.3.2. Эпистемический статус: *a priori* или *a posteriori*?

Вопрос об эпистемическом статусе арифметического знания – является ли оно априорным или апостериорным – занимает центральное место в философии математики начиная с Канта. Применительно к навыкам устного счёта этот вопрос приобретает специфическую остроту.

Кантианская позиция состоит в том, что арифметические суждения суть синтетические суждения *a priori*: их истинность не выводится из анализа понятий (как аналитические суждения) и не устанавливается посредством опыта (как эмпирические суждения), но обеспечивается чистым созерцанием времени как формой последовательного счёта. Эта позиция, будучи привлекательной в отношении общих арифметических истин, плохо применима к конкретным навыкам устного счёта: очевидно, что умение быстро умножать двузначные числа приобретается через упражнение, то есть является в некотором существенном смысле апостериорным.

Более перспективным представляется подход Пантсара [Pantsar, 2014: 4201–4205], вводящего понятие «контекстуально априорного» знания. Согласно ему, базовые арифметические истины могут быть познаны *a priori* в рамках контекста, задаваемого нашими

биологическими протоарифметическими способностями и культурными практиками. Применительно к устному счёту это означает: конкретные навыки являются апостериорными (они приобретаются в процессе обучения), тогда как их нормативная основа – истинность используемых арифметических соотношений – обладает контекстуально априорным характером.

4.3.3. Вопрос о надёжности: эпистемическая дееспособность устного счёта

Эпистемология добродетелей предлагает альтернативный угол зрения: когнитивный агент знает нечто тогда, когда его убеждение сформировано надёжным когнитивным процессом или является выражением интеллектуальной добродетели [Sosa, 2007]. С этой точки зрения навыки устного счёта интересны как пример когнитивной практики с управляемой надёжностью: при использовании хорошо усвоенных стратегий субъект систематически приходит к правильным ответам; ошибки же носят предсказуемый характер и обусловлены специфическими ограничениями рабочей памяти.

Следовательно, навыки устного счёта демонстрируют, что арифметическое знание не является однородным по своему эпистемическому статусу, а включает различные уровни и формы, требующие дифференцированного философского анализа.

4.4. Процессуальное измерение

4.4.1. Стратегическая архитектура

Одной из наиболее изученных характеристик ментальной арифметики является стратегический плюрализм: субъект располагает несколькими альтернативными способами решения одной и той же задачи и выбирает между ними в зависимости от характеристик задачи и собственного опыта [Siegler; Lemaire, 1997]. Философская релевантность этого факта велика: он означает, что устный счёт является гибкой, адаптивной когнитивной практикой, а не жёсткой последовательностью операций.

Можно выделить следующие основные классы стратегий устного счёта. Первый – стратегии прямого извлечения: ответ непосредственно воспроизводится из долговременной памяти без явных вычислений ($3 + 4 = 7$). Второй – стратегии трансформации: задача преобразуется к более удобному виду ($47 \times 6 = (50 - 3) \times 6 = 300 - 18 = 282$). Третий – стратегии декомпозиции: задача разбивается на более простые подзадачи ($67 + 48 = 67 + 40 + 8 = 107 + 8 = 115$). Четвёртый – стратегии аппроксимации: приближённый ответ уточняется последующей коррекцией.

С философской точки зрения важно, что данные стратегии не являются произвольными: они отражают структуру десятичной позиционной системы счисления, свойства арифметических операций (коммутативность, дистрибутивность, ассоциативность) и ограничения рабочей памяти. Таким образом, стратегическая архитектура устного счёта опосредует отношение между математическими структурами и когнитивными ресурсами субъекта.

4.4.2. Автоматизация и контролируемая обработка

Важнейшей чертой развитого навыка устного счёта является постепенный переход вычислительных процессов с уровня осознанного контроля на уровень автоматизации. Этот переход – центральная тема когнитивной психологии умений [Logan, 1988] – имеет прямые философские следствия: автоматизированные вычислительные процессы оказываются, по-видимому, недоступны для рефлексии и не могут быть полностью артикулированы субъектом,

что сближает устный счёт с другими формами воплощённого, «молчаливого» знания [Polanyi, 1966].

Вместе с тем полная автоматизация устного счёта невозможна и нежелательна: задачи, выходящие за пределы хорошо усвоенных случаев, требуют активного контролируемого вмешательства. Опытный «устный счётчик» характеризуется способностью гибко переключаться между автоматическими и контролируруемыми процессами – ещё одна черта, указывающая на принципиальную гибридность рассматриваемого феномена.

4.5. Культурно-семиотическое измерение

4.5.1. Язык и числовые системы

Принципиально важным для философского понимания устного счёта является его культурно-семиотическая составляющая. Числа не являются непосредственно данными сознанию природными объектами: они всегда опосредованы системой числительных конкретного языка и конкретной нотационной системой счисления. Шлимм [Schlimm, 2018] убедительно показал, что различные системы числовых нотаций создают неодинаковые условия для выполнения арифметических операций: десятичная позиционная система, принятая в современном мире, радикально трансформирует возможности устного счёта по сравнению с, например, римской нотацией.

На языковом уровне Визе [Wiese, 2007] и Дэйен [Dehaene, 2011] указали на существенные различия в прозрачности числовых систем: языки, в которых числительные регулярно отражают позиционную структуру («десять-один», «десять-два» и т.д.), облегчают усвоение арифметических стратегий по сравнению с языками с нерегулярными числительными. Это свидетельствует о том, что навыки устного счёта частично конституируются языком – то есть являются не только когнитивным, но и лингвистическим феноменом.

4.5.2. Устный счёт как культурная практика

В более широкой перспективе устный счёт предстаёт как культурная практика, передающаяся через обучение и социальное взаимодействие. Это роднит его с другими формами «технического знания» в смысле Поланьи [Polanyi, 1966], которые приобретаются в ходе ученичества и практики, а не просто через усвоение явных правил. Данный аспект имеет прямое следствие для понимания природы знания, воплощённого в навыках устного счёта: это знание является по существу практическим, ситуированным, социально передаваемым.

Этнографические исследования показывают, что формы устного счёта, распространённые в различных культурах, существенно различаются: от абак-опосредованного счёта до специфических мнемонических систем [Everett, 2017; Overmann, 2023]. Это разнообразие не опровергает универсальности базовых арифметических истин, но подтверждает, что их воплощение в конкретных вычислительных практиках глубоко культурно обусловлено.

5. Навыки устного счёта в архитектуре математического знания

5.1. Уровни математической эпистемологии

Современная эпистемология математики работает, как правило, с двумя уровнями математического знания: уровнем базовых числовых представлений (proto-mathematical abilities) и уровнем формального математического знания (доказательства, теоремы, аксиоматические системы). Между этими уровнями обнаруживается концептуальный провал,

который в большинстве известных теорий заполнен лишь указанием на роль «образования» и «культурной передачи» без детализации.

Анализ навыков устного счёта позволяет выявить промежуточный уровень, занимающий принципиально важную позицию в этой архитектуре. Устный счёт располагается между биологически данной способностью к приближённой численной оценке (ANS, число-объектная система OTS) и формализованными математическими структурами. Он является тем медиатором, посредством которого природные числовые интуиции трансформируются в точное арифметическое знание.

Пантсар [Pantsar, 2019] описывает этот процесс медиации как «энкультурацию» – усвоение культурных когнитивных инструментов, преобразующих биологически данные способности. Настоящее исследование конкретизирует понятие энкультурации применительно к устному счёту: оно происходит через усвоение числительных, арифметических фактов, вычислительных стратегий и метакогнитивных регуляторов в ходе социально организованного обучения.

5.2. Навыки устного счёта и «числовое ощущение»

Теория «числового ощущения» Дэйена [Dehaene, 1997] постулирует биологически данную способность к аппроксимированной численной оценке, опирающуюся на систему аппроксимации числа (ANS). Эта способность является общей для человека и многих животных, она не требует языка и культурного обучения, но обеспечивает только приближённые численные суждения («около двадцати», «намного больше»).

Навыки устного счёта, в отличие от ANS, являются точными, культурно опосредованными и требуют усвоения. Они используют ANS как фоновый ресурс – для контроля правдоподобности промежуточных результатов – но не сводятся к нему. Этот вывод согласуется с позицией Пантсара [Pantsar, 2014: 4210–4215] о том, что точная арифметика «надстраивается» над протоарифметическими способностями, не будучи из них выводимой.

Философски важно зафиксировать, что данная надстройка не является линейной: развитый навык устного счёта способен подавлять ошибочные интуиции ANS (например, склонность воспринимать большее число как физически большее). Субъект, владеющий устным счётом, использует точное символьное вычисление там, где ANS давал бы лишь приближённую оценку, и корректирует ANS-интуиции там, где они расходятся с арифметической истиной.

5.3. Связь с проблемой обоснования математического знания

Классическая проблема обоснования математического знания (Benacerraf, 1973) состоит в следующем: если математические объекты суть абстрактные, бесплотные сущности, то каким образом возможно эпистемическое отношение между ними и физическими познающими субъектами? Платонизм постулирует особую интеллектуальную интуицию, натурализм объясняет математику эволюционной адаптацией, номинализм отрицает существование математических объектов.

Анализ навыков устного счёта предлагает новый угол зрения на эту проблему. Устный счёт показывает, что математическое знание – по крайней мере в его арифметической форме – не требует апелляции к загадочной интеллектуальной интуиции: оно воплощено в конкретных когнитивных практиках, опирающихся на биологически данные способности и культурно переданные инструменты. Это согласуется с «практическим натурализмом» в философии математики [Kitcher, 1983], но избегает редукционистских следствий «чистого»

натурализма: нормативное измерение арифметики – её истинность и необходимость – не выводится из практики, но задаёт стандарты, которым практика стремится соответствовать.

6. Новое научное определение и категориальная схема

6.1. Уточнённое определение

На основании проведённого анализа предлагается следующее уточнённое определение навыков устного счёта, интегрирующее все выделенные измерения:

«Навыки устного счёта – это интегративная когнитивная способность, конституирующая специфическую эпистемическую категорию на пересечении процедурного и декларативного знания: она реализуется посредством гибкого применения культурно усвоенных вычислительных стратегий и автоматизированных числовых фактов в условиях работы рабочей памяти и без постоянной внешней символической фиксации, опираясь на биологически данные протоарифметические способности и языково-семиотическую структуру числовых систем, и конституирует особый уровень арифметического знания, медирующий между до-культурным числовым ощущением и формализованными математическими структурами».

6.2. Категориальная схема

Проведённый анализ позволяет представить систематическую категориальную схему навыков устного счёта. Данная схема объединяет четыре измерения, каждое из которых задаётся парой полюсов, между которыми располагается анализируемый феномен. Предложенная категориальная модель навыков устного счёта представлена на рис. 1.



Рис. 1. Категориальная модель навыков устного счёта: взаимодействие основных измерений

Как показано на рис. 1, навыки устного счёта представляют собой интегративный когнитивный феномен, формирующийся на пересечении четырёх аналитических измерений.

В онтологическом измерении устный счёт располагается между полюсом «чистой способности» (диспозиции без когнитивного содержания) и полюсом «чистого знания» (пропозиционального содержания без практической воплощённости), реализуя гибридную форму «воплощённого знания» (embodied knowledge).

В гносеологическом измерении устный счёт располагается между полюсом «чистой априорности» (необходимых арифметических истин) и полюсом «чистой апостериорности»

(эмпирически приобретённых навыков), реализуя форму «контекстуально обусловленного» знания [Pantsar, 2014].

В процессуальном измерении устный счёт располагается между полюсом «автоматизированной обработки» (имплицитных, нерелективных вычислений) и полюсом «контролируемой обработки» (осознанного, стратегического счёта), динамически сочетая оба режима в зависимости от сложности задачи.

В культурно-семиотическом измерении устный счёт располагается между полюсом «природной данности» (биологически обусловленного числового ощущения) и полюсом «культурного конструкта» (произвольной договорённости), реализуя форму «биокультурного феномена» – природно укоренённой, культурно оформленной практики.

6.3. Теоретические следствия категориального анализа

Предложенная категориальная схема имеет ряд теоретических следствий для эпистемологии математики и смежных дисциплин.

Во-первых, устный счёт не является частным случаем какой-либо из уже имеющихся категорий (умения, знания, практики) – он представляет собой специфический тип когнитивного феномена, требующий собственного концептуального аппарата. Это означает, что ни редукция к «просто умению», ни редукция к «просто знанию» не является адекватной.

Во-вторых, гибридный онтологический статус устного счёта имеет следствия для дискуссий о природе математического знания: он показывает, что математическое знание не является однородным – оно включает различные уровни и режимы, требующие дифференцированного эпистемологического описания.

В-третьих, культурно-семиотическое измерение устного счёта подтверждает тезис о необходимости интеграции аналитической философии математики с историческими, антропологическими и лингвистическими исследованиями. Эпистемология математики не может оставаться исключительно нормативной дисциплиной – она должна принимать во внимание фактическое многообразие математических практик.

7. Навыки устного счёта в контексте современных эпистемологических дискуссий

7.1. Устный счёт и расширенный разум

Гипотеза «расширенного разума» Кларка и Чалмерса [Clark; Chalmers, 1998] постулирует, что когнитивные процессы не обязательно реализуются в пределах кожи и черепа субъекта: при определённых условиях внешние объекты (блокноты, устройства) могут выступать конститутивными частями когнитивной системы. Данная гипотеза имеет прямые следствия для понимания устного счёта.

Устный счёт в чистом виде – то есть вычисления, осуществляемые исключительно во внутреннем когнитивном пространстве, – казалось бы, является парадигмальным примером «интернального» когнитивного процесса, противопоставленного «расширенному». Однако это противопоставление не столь очевидно: устный счёт всегда задействует культурно данные числовые системы, интернализованные в ходе обучения. В этом смысле он является не «чисто внутренним», но «интернализованным внешним» – воплощением культурных когнитивных инструментов во внутренних когнитивных структурах субъекта.

Ещё более сложная картина возникает при рассмотрении устного счёта с опорой на жесты и вспомогательные средства (счёт на пальцах). В этом случае граница между «внутренним» устным счётом и «внешне опосредованным» становится весьма зыбкой.

Данный факт подтверждает, что концептуальное разграничение устного и письменного счёта, предложенное в разделе 3, следует понимать как градуированное, а не дихотомическое.

Это позволяет уточнить границы применимости гипотезы расширенного разума, показывая, что устный счёт занимает промежуточное положение между интернализированными и внешне распределёнными когнитивными процессами.

7.2. Устный счёт и воплощённое познание

Концепция воплощённого познания (*embodied cognition*) утверждает, что когнитивные процессы не могут быть полностью описаны в абстрактно-вычислительных терминах: они существенным образом определяются структурой тела субъекта и его взаимодействием с окружающей средой [Varela; Thompson; Rosch, 1991]. Применительно к устному счёту это означает, что моторные, речевые и ритмические компоненты вычислений – проговаривание, отсчёт на пальцах, ритмические движения – являются не вспомогательными, но конститутивными элементами некоторых форм устного счёта.

Фабри [Fabry, 2020] разрабатывает концепцию «нишевой конструкции» применительно к арифметическому познанию: субъект не просто приспосабливается к когнитивной среде, но активно её трансформирует, создавая условия для развития новых форм математического знания. Устный счёт в этой перспективе предстаёт как форма деятельности, в которой субъект конструирует временную «когнитивную нишу» – внутреннее пространство вычислений – посредством имеющихся у него культурных и биологических ресурсов.

7.3. Устный счёт и социальная эпистемология

Навыки устного счёта приобретаются в социальном контексте и функционируют в нём же. Это означает, что социальная эпистемология – область, исследующая знание как социальный феномен [Goldman, 1999] – должна принимать их во внимание. С точки зрения социальной эпистемологии, навыки устного счёта интересны прежде всего как форма распределённого знания: в социальной группе различные субъекты обладают различными уровнями и конфигурациями этих навыков, и общий «вычислительный потенциал» группы превышает возможности каждого её члена.

Кроме того, социальная эпистемология ставит вопрос о доверии и свидетельстве в отношении арифметических результатов. При каких условиях субъект обоснованно принимает арифметическое утверждение другого субъекта, не верифицируя его самостоятельно? Этот вопрос приобретает практическую остроту в ситуациях коллективного счёта, при котором распределение вычислительных задач предполагает взаимное доверие к арифметической дееспособности участников.

8. Дискуссионные вопросы и открытые проблемы

8.1. Проблема единства навыков устного счёта

Одним из наиболее острых дискуссионных вопросов является вопрос о том, существуют ли «навыки устного счёта» как единый, целостный феномен или же данное выражение обозначает гетерогенный набор частично пересекающихся способностей. Когнитивная психология склоняется ко второй позиции: различные арифметические операции (сложение, умножение) обнаруживают относительно независимые корреляты в структуре когнитивных способностей и нейронных сетях [Dehaene, 2011].

Философский ответ на этот вопрос не может быть получен путём простого суммирования когнитивно-психологических данных: он требует концептуального решения о том, что именно обеспечивает единство данной категории. Настоящая статья предлагает

считать конститутивным единством навыков устного счёта их общую функцию – медиацию между числовыми интуициями и точным арифметическим знанием – и общую структуру – гибридное воплощённое знание, реализуемое в условиях ограниченных ресурсов рабочей памяти.

8.2. Проблема нормативности

Другой открытый вопрос касается нормативного измерения навыков устного счёта: каков критерий того, что устный счёт выполнен «правильно»? На первый взгляд ответ очевиден: правильно – значит в соответствии с правилами арифметики. Однако более пристальный анализ обнаруживает сложность: нормы устного счёта не ограничиваются арифметической истинностью, но включают также нормы скорости, надёжности, стратегической оптимальности.

Виттгенштейновская критика «частного следования правилу» [Wittgenstein, 1953] ставит под вопрос само понятие «следования» арифметическому правилу в индивидуальном когнитивном процессе. Если правила применяются в публичной практике, то что именно «следует» правилу устный счёт, осуществляемый в сугубо внутреннем пространстве? Этот вопрос не получил удовлетворительного ответа в существующей литературе и остаётся открытым.

8.3. Проблема патологических случаев

Когнитивные науки описывают различные нарушения вычислительных способностей – акалькулию, дискалькулию, – а также нейрокогнитивные состояния, обеспечивающие исключительные вычислительные способности [Dehaene, 2011]. Философский анализ этих «патологических случаев» (в нейтральном, методологическом смысле) способен уточнить понимание структуры навыков устного счёта: что именно нарушается при акалькулии – декларативный, процедурный или метакогнитивный компонент? Каков когнитивный механизм исключительных вычислительных способностей?

Данные вопросы остаются открытыми и требуют дальнейшего исследования на пересечении философии, нейронауки и когнитивной психологии. Ответы на них способны существенно обогатить как предложенное определение, так и категориальную схему анализа.

9. Заключение

Настоящая статья предприняла попытку систематического философско-эпистемологического исследования навыков устного счёта – понятия, широко используемого в педагогике и когнитивной психологии, но до сих пор не получившего должного концептуального осмысления в философии.

В ходе исследования были достигнуты следующие результаты. Во-первых, предложено развёрнутое философско-эпистемологическое определение навыков устного счёта, трактующее их как интегративную когнитивную способность с гибридным – процедурно-декларативным – характером знания, реализуемую через культурно усвоенные стратегии при посредстве рабочей памяти.

Во-вторых, разработана четырёхмерная категориальная схема анализа данного феномена, охватывающая онтологическое, гносеологическое, процессуальное и культурно-семиотическое измерения. Показано, что в каждом из этих измерений устный счёт занимает промежуточную, гибридную позицию, не совпадающую ни с одним из крайних полюсов.

В-третьих, определено место навыков устного счёта в архитектуре математического знания: они занимают принципиально важный промежуточный уровень между биологически

данными протоарифметическими способностями и формализованным математическим знанием, выступая медиатором в процессе когнитивной энкультурации.

В-четвёртых, установлены связи устного счёта с ключевыми дискуссиями современной эпистемологии – о расширенном разуме, воплощённом познании, социальной эпистемологии, нормативности правила-следования.

Предложенный анализ имеет ряд существенных теоретических импликаций. Он показывает, что философия математики не может ограничиваться исследованием абстрактных математических структур, игнорируя конкретные когнитивные практики, в которых математика живёт и функционирует. Концептуальный анализ таких практик способен обогатить эпистемологию новыми различениями и перспективами.

Настоящее исследование открывает ряд направлений для дальнейшей работы. Прежде всего, предложенная категориальная схема нуждается в верификации путём её применения к конкретным историческим и кросс-культурным данным о вычислительных практиках. Далее, проблема нормативности устного счёта требует самостоятельного исследования в рамках витгенштейновской традиции. Наконец, соотношение навыков устного счёта с другими формами математического знания – геометрической интуицией, пониманием доказательств, алгебраическим мышлением – остаётся важнейшей темой для дальнейших исследований.

Тем самым, проведённое исследование вносит вклад в развитие эпистемологии математики, расширяя её предметное поле за счёт включения конкретных когнитивных практик как полноценных объектов философского анализа. Это открывает перспективы для дальнейших исследований на стыке философии, когнитивной науки и теории образования.

Список литературы

1. Anderson, 1983 – Anderson J.R. *The Architecture of Cognition*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1983. 345 p.
2. Ashcraft, 1992 – Ashcraft M.H. *Cognitive arithmetic: A review of data and theory*. *Cognition*, 1992, Vol. 44, No. 1–2, pp. 75–106.
3. Baddeley, 2012 – Baddeley A. *Working memory: Theories, models, and controversies*. *Annual Review of Psychology*, 2012, Vol. 63, pp. 1–29.
4. Benacerraf, 1973 – Benacerraf P. *Mathematical truth*. *The Journal of Philosophy*, 1973, Vol. 70, No. 19, pp. 661–679.
5. Buijsman, 2021 – Buijsman S. *Building blocks for a cognitive science-led epistemology of arithmetic*. *Philosophical Studies*, 2021, Vol. 178, No. 9, pp. 3151–3171.
6. Campbell; Xue, 2001 – Campbell J.I.D., Xue Q. *Cognitive arithmetic across cultures*. *Journal of Experimental Psychology: General*, 2001, Vol. 130, No. 2, pp. 299–315.
7. Clark; Chalmers, 1998 – Clark A., Chalmers D. *The extended mind*. *Analysis*, 1998, Vol. 58, No. 1, pp. 7–19.
8. De Cruz, 2016 – De Cruz H. *Numerical cognition and mathematical realism*. *Philosophers' Imprint*, 2016, Vol. 16, No. 16, pp. 1–13.
9. Dehaene, 1997 – Dehaene S. *The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics*. New York: Oxford University Press, 1997. 274 p.
10. Dehaene, 2011 – Dehaene S. *The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics*. 2nd ed. New York: Oxford University Press, 2011. 352 p.
11. Everett, 2017 – Everett C. *Numbers and the Making of Us: Counting and the Course of Human Cultures*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 2017. 309 p.
12. Fabry, 2020 – Fabry R.E. *The cerebral, extra-cerebral bodily, and socio-cultural dimensions of enculturated arithmetical cognition*. *Synthese*, 2020, Vol. 197, No. 9, pp. 3685–3720.
13. Field, 1989 – Field H. *Realism, Mathematics and Modality*. Oxford: Blackwell, 1989. 268 p.
14. Flavell, 1979 – Flavell J.H. *Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive-developmental inquiry*. *American Psychologist*, 1979, Vol. 34, No. 10, pp. 906–911.

15. Giaquinto, 2007 – Giaquinto M. *Visual Thinking in Mathematics*. Oxford: Oxford University Press, 2007. 281 p.
16. Goldman, 1999 – Goldman A. *Knowledge in a Social World*. Oxford: Oxford University Press, 1999. 407 p.
17. Hutchins, 1995 – Hutchins E. *Cognition in the Wild*. Cambridge, MA: MIT Press, 1995. 381 p.
18. Kasavin, 2013 – Kasavin I.T. *Social epistemology and the analysis of knowledge practices*. *Epistemology and Philosophy of Science*, 2013, Vol. 38, No. 4, pp. 5–19.
19. Kitcher, 1983 – Kitcher Ph. *The Nature of Mathematical Knowledge*. Oxford: Oxford University Press, 1983. 300 p.
20. Logan, 1988 – Logan G.D. *Toward an instance theory of automatization*. *Psychological Review*, 1988, Vol. 95, No. 4, pp. 492–527.
21. Overmann, 2023 – Overmann K.A. *The Materiality of Numbers: Emergence and Elaboration from Prehistory to Present*. Cambridge: Cambridge University Press, 2023. 420 p.
22. Pantsar, 2014 – Pantsar M. *An empirically feasible approach to the epistemology of arithmetic*. *Synthese*, 2014, Vol. 191, No. 17, pp. 4201–4229.
23. Pantsar, 2019 – Pantsar M. *The enculturated move from proto-arithmetic to arithmetic*. *Frontiers in Psychology*, 2019, Vol. 10, Article 1454. DOI: 10.3389/fpsyg.2019.01454.
24. Pantsar, 2024 – Pantsar M. *Numerical Cognition and the Epistemology of Arithmetic*. Cambridge: Cambridge University Press, 2024. 230 p.
25. Polanyi, 1966 – Polanyi M. *The Tacit Dimension*. Garden City, NY: Doubleday, 1966. 108 p.
26. Ryle, 1949 – Ryle G. *The Concept of Mind*. London: Hutchinson, 1949. 332 p.
27. Schlimm, 2018 – Schlimm D. *Numbers through numerals: The constitutive role of external representations*. *Phenomenology and the Cognitive Sciences*, 2018, Vol. 17, No. 3, pp. 89–112. DOI: 10.1007/s11097-016-9444-3.
28. Siegler, 1988 – Siegler R.S. *Strategy choice procedures and the development of multiplication skill*. *Journal of Experimental Psychology: General*, 1988, Vol. 117, No. 3, pp. 258–275.
29. Siegler; Lemaire, 1997 – Siegler R.S., Lemaire P. *Older and younger adults' strategy choices in multiplication: Testing predictions of ASCM using the choice/no-choice method*. *Journal of Experimental Psychology: General*, 1997, Vol. 126, No. 1, pp. 71–92.
30. Sosa, 2007 – Sosa E. *A Virtue Epistemology: Apt Belief and Reflective Knowledge. Vol. 1*. Oxford: Oxford University Press, 2007. 248 p.
31. Stanley; Williamson, 2001 – Stanley J., Williamson T. *Knowing how*. *The Journal of Philosophy*, 2001, Vol. 98, No. 8, pp. 411–444.
32. Varela; Thompson; Rosch, 1991 – Varela F.J., Thompson E., Rosch E. *The Embodied Mind: Cognitive Science and Human Experience*. Cambridge, MA: MIT Press, 1991. 308 p.
33. Wiese, 2007 – Wiese H. *The co-evolution of number concepts and counting words*. *Lingua*, 2007, Vol. 117, No. 5, pp. 758–772.
34. Wittgenstein, 1953 – Wittgenstein L. *Philosophical Investigations*. Oxford: Blackwell, 1953. 250 p.