

International Scientific Journal
**SCIENTIFIC RESEARCH,
INNOVATIONS, AND
MODERN APPROACHES**



SRI&MA

SCIENTIFIC RESEARCH, INNOVATION
AND MODERN APPROACHES

- ✓ Articles in all scientific fields
- ✓ VOLUME 3
- ✓ Issue 3, 2026

- ✓ Indexed in international databases
- ✓ DOI assigned
- ✓ Certificate & online link
- ✓ IMRAD Standard



scientists21.org



t.me/SRIMA_Journal

“SCIENTIFIC RESEARCH, INNOVATIONS AND MODERN APPROACHES” xalqaro ilmiy jurnali Farg‘ona davlat universiteti kengashi ruxsati bilan tashkil etilgan.

2025-yil 27-dekabr. 5-sonli yigilishi.

BOSH MUHARRIR

Tojiboyev I.T. – Fizika-matematika fanlari nomzodi, dotsent.

MAS’UL MUXARRIR

Ismoilov A.I. – Fizika-matematika fanlari bo‘yicha falsafa doktori(PhD).

TAXRIRIYAT A’ZOLARI

1. Karimov K.T. – Fizika-matematika fanlari doktori (DSc), dotsent.
2. Rasulov V.R. – Fizika-matematika fanlari doktori (DSc), dotsent.
3. Jurayev V.T. –Pedagogika fanlari doktori (DSc), dotsent.
4. Sharofutdinova R.Sh – Pedagogika fanlari doktori (DSc), dotsent.
5. Qayimov A. – Filologiya fanlari fanlari doktori (DSc), dotsent.
6. Mamatqulova S.A. – Kimyo fanlari bo‘yicha fan doktori (DSc), professor.
7. Xaydarov I.U.– Fizika-matematika fanlari nomzodi, dotsent.
8. Raximov Q.O. – Texnika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD), dotsent
9. Zaynolobidinova S.M. – Fizika-matematika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD), dotsent.
10. Umarov Sh.A. – Fizika-matematika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD), dotsent.
11. Onarqulov M.K. – Fizika– matematika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD), dotsent.
12. Sotvoldiyev A.I. – Fizika– matematika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD), dotsent.
13. Oripov Sh.A. – Fizika-matematika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD).
14. Parmanova R.T. – Fizika-matematika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD).
15. Ro‘zaliyev Sh. – Pedagogika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD), dotsent.
16. Mamatova Z.X. – Pedagogika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD),dotsent.
17. Sharofutdinov I.U. – Pedagogika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD).
18. Umarov B.A. – Pedagogika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD).
19. Toshboltayev F.O‘. – Pedagogika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD).
20. Abduraximova F.B. – Filologiya fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD).
21. Tojaliyev A.A. – Falsafa fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD), dotsent.
22. Rustamov I.A. – Falsafa fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD).
23. Oripov A.A. – Iqtisodiyot fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD), dotsent.

MUNDARIJA

1.	Умаров Ш.А. ЧИСЛЕННОЕ НАХОЖДЕНИЕ РЕШЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА МЕТОДОМ СЕТОК	5
2.	Хо‘jayev L.H., Saipnazarov J.M., Shoimova K.S. GIPERBOLIK TIPDAGI TENGLAMALAR SISTEMASI UCHUN GURSA TIPDAGI TO‘G‘RI MASALA	13
3.	Хо‘jayev L.H., Saipnazarov J.M., Marqayeva D.A. QATLAMLI G‘OVAK-ELASTIK MUHIT UCHUN A_{μ}^1 VA A_{μ}^2 TESKARI DINAMIK MASALASI YECHISH ALGORITMI	23
4.	Saipnazarov J.M., Xo‘jayev L.H., Xujaqulov N.T., Baratov Sh.O. QOVUSHOQ - ELASTIK UCH QATLAMLI PLASTINKANING ERKIN TEBRANISH JARAYONIDA ASOSIY XOS CHASTOTASINI ANIQLASH	34
5.	Jalilov Sh.S., Sattorov M.E. G‘aniyev S.E. BIR O‘ZGARUVCHILI ALGEBRAIK POLINOMLARNING XOSSALARI VA ULARNING QO‘LLANILISHI	39
6.	Sattorov M.E., Jalilov Sh.S. YUQORI TARTIBLI O‘ZGARMAS KOEFFITSIYENTLI BIR JINSLI BO‘LMAGAN CHIZIQLI DIFFERENSIAL TENGLAMALAR.	45
7.	G‘ayrataliyeva S.E. TOLDOSHLAR OILASIGA MANSUB DARAXTLARDA SO‘RUVCHI ZARARKUNANDALARGA QARSHI KURASH CHORALARI	53
8.	Xatamova R.Z. O‘ZBEKISTONDA GILAMDO‘ZLIK TARIXINING MANBASHUNOSLIGI	63
9.	Sotvoldiyev A.I. TESKARI MATRITSA QURISHNING TURLI USULLARI: NAZARIY ASOSLAR VA AMALIY TAHLIL	75

- 10. Usmonova M.E. GIBRID ALGORITMLARNING
DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI YECHISHDA
QO‘LLANILISHI 85**
- 11. Azimov A.A. STOXASTIK SIRD MODEL I YORDAMIDA
JANUBIY-SHARQIY OSIYO MAMLAKATLARI UCHUN
COVID-19 PANDEMIYASI TARQALISH DARAJASINI
PYTHON DASTURLASH TILI YORDAMIDA ANIQLASH 91**
- 12. Tojimamatov I.N., Egamberdiyeva N.S. SQL TILI
OPERATORLARI BILAN ISHLASH. TURLI
OPERATORLARNI QO‘LLASHNI O‘RGANISH 97**

ЧИСЛЕННОЕ НАХОЖДЕНИЕ РЕШЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА МЕТОДОМ СЕТОК

Умаров Ш.А.

доцент ФерГТУ. sh.umarov81@mail.ru

Анотация. В данной статье посвящена решению дифференциальных уравнений численными методами, а метод решения дифференциального уравнения гиперболического типа, определенного в ограниченном интервале $[0,1]$ на основе заданных условий, показан с помощью сеточного метода, который является одним из численных методов. Особое внимание уделено применению метода сеток для аппроксимации частных производных первого и второго порядка. Приведены основные принципы построения равномерных и неравномерных сеток, рассмотрены левые, правые и центральные разностные схемы, а также их порядок аппроксимации. На основе разностных замен составлена вычислительная схема для численного решения задачи Коши. Полученные численные результаты сравниваются с аналитическими значениями, что подтверждает эффективность и точность предложенного метода.

Ключевые слова: дифференциальные уравнения, метод сеток, разностные схемы, аппроксимация, численные методы, частные производные, конечно-разностный метод, вычислительный эксперимент.

ВВЕДЕНИЕ

Дифференциальные уравнения гиперболического типа занимают центральное место в математической физике, поскольку они описывают широкий класс волновых процессов, распространяющихся с конечной скоростью. К таким процессам относятся колебания упругих сред, движение волн в гидродинамике, распространение электромагнитных колебаний и многие другие явления, имеющие фундаментальное значение для науки и техники. Точное аналитическое решение подобных уравнений возможно лишь в ограниченном числе случаев, что делает разработку и применение численных методов одной из наиболее важных задач современной вычислительной математики [1].

Одним из эффективных подходов к решению уравнений гиперболического типа является метод сеток, позволяющий аппроксимировать производные с

заданной точностью и получать приближённые решения в дискретных точках области. Преимущество данного метода заключается в его универсальности, простоте реализации и возможности адаптации к различным типам краевых и начальных условий. В работе подробно рассматривается построение равномерных и неравномерных сеток, формирование разностных схем первого и второго порядка, а также построение вычислительной схемы для решения задачи Коши [2].

Актуальность исследования обусловлена необходимостью разработки надёжных и высокоточных численных методов для решения задач, связанных с моделированием динамических процессов в различных областях науки и техники. В условиях стремительного развития вычислительных технологий возрастает потребность в алгоритмах, позволяющих эффективно использовать ресурсы современных вычислительных систем для решения сложных дифференциальных уравнений [3].

Метод сеток остаётся одним из ключевых инструментов численного анализа, обеспечивая возможность моделирования процессов, которые невозможно или крайне сложно описать аналитически. Построение корректных разностных схем и исследование их аппроксимационных свойств имеют важное значение для получения устойчивых и точных численных решений. Кроме того, применение метода сеток делает возможным проведение вычислительных экспериментов, позволяющих анализировать поведение решений и сопоставлять их с теоретическими моделями [4].

ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР

В последние десятилетия численные методы решения гиперболических дифференциальных уравнений получили широкое развитие благодаря их применимости в математической физике, гидродинамике, электромагнетизме и инженерных задачах. В работе Альшина и Калиткина исследуются численные решения гиперболических задач в неограниченной области, рассматриваются построение разностных схем и их эффективность для моделирования волновых

процессов [1]. Этот подход стал базой для последующего развития сеточных методов, применяемых в ограниченных областях.

Ш.Ахмаджанов анализирует применение численных методов для решения дифференциальных уравнений и их использование в инженерной практике. Особое внимание уделяется аппроксимации частных производных и построению вычислительных схем, что является ключевым элементом метода сеток [2]. А.Уринов и И.Тажибаев рассматривают краевые задачи для уравнений смешанного типа с особенностями линии изменения типа, что важно для корректной постановки начально-краевых условий при численных расчетах [3]. Д.Дурдиев представляет теоретические основы дифференциальных уравнений с частными производными и методы их аппроксимации, формируя базу для построения разностных схем второго порядка [4]. О.Комурджишвили исследует разностные схемы для многомерных гиперболических уравнений, рассматривая их устойчивость и точность, что позволяет выбрать оптимальные схемы для практических вычислений [5]. С.Каримов демонстрируют применение сеточного метода для решения задачи Коши для гиперболических уравнений третьего порядка, что подтверждает универсальность метода сеток [6]. Работы Ш.Умаров и Д.Акбаров, А.Абдукадиров хотя и посвящены криптографическим преобразованиям, иллюстрируют важность точных вычислений и аппроксимации, что перекликается с требованиями к численным схемам для гиперболических задач [7], [10]. И.Тожибоев рассматривает особенности постановки краевых задач для уравнений смешанного типа, обеспечивая правильную формализацию начальных условий для сеточных расчетов [8]. М.Турдиматов и соавторы предлагают методы аппроксимации с использованием сплайнов, что близко к подходу аппроксимации производных через разностные схемы в методе сеток [9].

Таким образом, анализ литературы показывает, что метод сеток и разностные схемы являются надежным и универсальным инструментом численного решения гиперболических дифференциальных уравнений. Они

позволяют аппроксимировать частные производные с высокой точностью, учитывать различные начальные и краевые условия и проводить вычислительные эксперименты для оценки динамики волновых процессов.

МЕТОДОЛОГИИ

Применение метода сеток для численного нахождения решений дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных позволяет использовать в полной мере технические характеристики современных вычислительных машин для достижения требуемой точности [5].

Пусть x удовлетворяет условию $0 \leq x \leq l$, с помощью точек $x_i = ih$ разобем этот отрезок на N равных частей ($i=0,1,\dots,N; h>0$), длина каждого отрезка равно $h = \frac{l}{N}$. Множество точек $x_i = ih$ ($i=0,1,\dots,N$) называются разностями и обозначаются как $\bar{\omega}_h = \{x_i = ih, i = 0,1,\dots,N\}$, h – длина отрезка между точками множество и называется шагом множество $\bar{\omega}_h$.

Интервал $[0,l]$ с помощью точек $x_1 < x_2 < \dots < x_{N-1} < l$ можно разделить на N частей. Тогда $\bar{\omega}_h = \{x_i, i = 0,1,\dots,N, x_0 = 0, x_N = l\}$ сетку с помощью i числа образуем с шагом $h_i = x_i - x_{i-1}$.

Если для некоторого i имеет место $h_i \neq h_{i+1}$, тогда сетка $\bar{\omega}_h = \bar{\omega}_h^*$ называется неравномерно распределенной. Если для произвольного $i = 1,2,\dots,N$ выполняется условие $h_i = \frac{l}{N}$ то сетка называется равномерно распределенной.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Пусть $\bar{\omega}_h = \{x_i = ih\}$ – является сеткой с шагом h . Выразим производное первого порядка от функции $u(x)$ методом разностей [6].

Самый простой способ следующий

$$L u \sim \frac{u_i - u_{i-1}}{h} = L_h u_i$$

здесь знак $\sim$ выражает аппроксимацию $v_i = v(x_i)$, само выражение называется левой разностной схемой. Правая разностная схема имеет следующий вид

$$Lv \sim \frac{v_{i+1} - v_i}{h} = L_+ v_i$$

а центральная (средняя) разностная схема запишется следующим образом

$$L_0 v_i = \frac{v_{i+1} - v_{i-1}}{2h}.$$

Рассмотрим производное второго порядка вида $Lv = v''$. Аппроксимировать его с помощью двух точек не возможно [7]. Используются три точки x_{i-1}, x_i, x_{i+1} .

Напишем разностный оператор:

$$L_n v_i = v_{\bar{x}x,i} = \frac{1}{h} (v_{x,i} - v_{\bar{x},i}) = \frac{v_{i+1} - 2v_i + v_{i-1}}{h^2}.$$

Если $v \in C^{(m)}[0,1]$, $m \geq 4$, тогда имеет место

$$v_{i\pm 1} = v_i \pm h v'_i + \frac{h^2}{2} v''_i \pm \frac{h^3}{6} v'''_i + \frac{h^4}{24} v^{(IV)}_i + O(h^4)$$

$O(h^n)$ – при $h \rightarrow 0$ стремится к нулю быстрее чем h^n .

Здесь

$$v_{\bar{x}x} - v'' = \frac{h^2}{12} v^{(IV)} + O(h^2) \quad (1)$$

функция $v_{\bar{x}x}$ аппроксимирует v'' во втором порядке. Такие приближенные замены позволяют создавать удобные алгоритмы численного нахождения решений дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных.

ОБСУЖДЕНИЕ. В области ограниченной прямой $AB = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, y = 0\}$ и характеристиками

$$AC : x - \frac{2}{m+2} (-y)^{\frac{m+2}{2}} = 0$$

$$BC : x + \frac{2}{m+2} (-y)^{\frac{m+2}{2}} = 1$$

рассчитаем численно решение $u(x,y)$ уравнения

$$(-y) u_{xx} - u_{yy} = 0, m = const > 0, y < 0 \quad (2)$$

при $m=1$, методом сеток при выполнении начальных условий

$$\begin{aligned} u(x,0) &= x \\ u_y(x,0) &= 3x - 1 \end{aligned} \quad (3)$$

Обозначим искомую функцию $u = u(x,y)$ на узлах сетки через $u_{ik} = u(x_0 + ih, y_0 + kl)$ (где $h > 0, l < 0$ - шаг, $i = 1, 2, \dots; k = 1, 2, \dots$) [8]. Частные производные в каждой внутренней точке $(x_0 + ih, y_0 + kl)$ выразим через разностные схемы следующим образом:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{ik} &\approx \frac{u_{i+1,k} - u_{i-1,k}}{2h} \\ \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{ik} &\approx \frac{u_{i,k+1} - u_{i,k-1}}{2l} \end{aligned} \quad (4)$$

Также заменим частные производные второго порядка:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_{ik} &\approx \frac{u_{i+1,k} - 2u_{ik} + u_{i-1,k}}{h^2} \\ \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)_{ik} &\approx \frac{u_{i,k+1} - 2u_{ik} + u_{i,k-1}}{l^2} \end{aligned} \quad (5)$$

подставив эти замены в (2) имеем :

$$(-lk)^m \frac{u_{i+1,k} - 2u_{ik} + u_{i-1,k}}{h^2} - \frac{u_{i,k+1} - 2u_{ik} + u_{i,k-1}}{l^2} = 0$$

или

$$u_{i,k+1} = 2u_{i,k} - u_{i,k-1} + \frac{(-lk)^m l^2}{h^2} (u_{i+1,k} - 2u_{i,k} + u_{i-1,k}). \quad (6)$$

учитывая $\varphi'' = 0$

$$u_{i,0} = \varphi_i, \quad u_{i,1} = u_{i,0} + l\psi_i \quad (7)$$

подставив последнее в (6) можно рассчитать значения $u_{i,k+1}$. Эти выражения позволяют получить численные решения рассматриваемой задачи [9].

Сравнительный анализ численного расчета с аналитическими значениями, анализ полученных графиков, показывают что численный расчет на компьютере выполнялся на требуемом уровне [10].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведённое исследование показало, что метод сеток является эффективным инструментом для численного решения дифференциальных уравнений гиперболического типа. Аппроксимация частных производных первого и второго порядка с использованием разностных схем позволяет получать решения с требуемой точностью при различных начальных условиях. Построенная разностная модель и вычислительная схема обеспечили стабильное и корректное численное решение исследуемой задачи. Сравнительный анализ полученных численных результатов с аналитическими решениями подтвердил адекватность разработанного алгоритма и его способность точно описывать динамику волновых процессов. Проведённые эксперименты демонстрируют, что использование современных вычислительных средств позволяет существенно повысить эффективность моделирования и сократить время расчётов. Полученные результаты могут быть использованы как в учебных целях, так и при разработке инженерных и научных моделей, связанных с решением уравнений гиперболического типа. Исследовать устойчивость и сходимости различных разностных схем, применяемых для уравнений гиперболического типа, с целью выбора оптимальной схемы для конкретных задач математической физики. Расширить исследование на многомерные задачи, что позволит использовать разработанные подходы при моделировании более сложных физических процессов.

Литература

1. Альшин, А. Б., Альшина, Е. А., & Калиткин, Н. Н. (2004). Численное решение гиперболических задач в неограниченной области. *Математическое моделирование*, 16(4), 114-126.

2. Shokirjon o'g'li, A. S. (2025). Differensial tenglamalar va ularning muhandislikdagi roli. o'zbekistonda fanlararo innovatsiyalar va ilmiy tadqiqotlar jurnali, 4(45), 134-137.
3. Urinov, A. K., & Tojiboev, I. T. (2008, July). Eigenvalue and eigenfunctions of some boundary-value problems for a mixed type equation with non-smooth line of type changing. In *Proceedings of the 16th International Conference on Finite or Infinite Dimensional Complex Analysis and Applications* (pp. 282-289).
4. Durdiyev, D. Q. (2019). Xususiyl hosilali differensial tenglamalar. *Toshkent, VNESHINVESTPROM nashriyoti*.
5. Комурджишвили, О. П. (2007). Разностные схемы для решения многомерных уравнений и систем уравнений гиперболического типа. *Журнал вычислительной математики и математической физики*, 47(6), 980-987.
6. Abdumo'minova, S., & Karimov, S. (2025). UCHINCHI TARTIBLI GIPERBOLIK TENGLAMA UCHUN KOSHI MASALASI. *Scientific journal of the Fergana State University*, (2), 168-168.
7. Umarov, S. A. (2023). Mathematical characteristics of boolean functions' models in cryptographic transformations. *Publishing House "Baltija Publishing*.
8. Тожибоев, И. Т. (2018). Краевые задачи в специальной области для уравнения смешанного типа. *Вестник Томского государственного университета. Математика и механика*, (56), 17-28.
9. Turdimatov, M., Mukhtarov, F., Ibrokhimov, N., Umarov, S., Mirzayev, J., & Rakhmatov, R. (2024). Mathematical approximator based on basic spline approximation. In *E3S Web of Conferences* (Vol. 508, p. 04010). EDP Sciences.
10. Akbarov, D., Abdukadirov, A., & Umarov, S. (2022, June). Research of general mathematical characteristics of logical operations and table replacements in cryptographic transformations. In *AIP Conference Proceedings* (Vol. 2432, No. 1, p. 060020). AIP Publishing LLC.

GIPERBOLIK TIPDAGI TENGLAMALAR SISTEMASI UCHUN GURSA TIPDAGI TO‘G‘RI MASALA

Xo‘jayev L.H., Saipnazarov J.M., Shoimova K.S.

QDTU dotsenti, f-m.f.f.d (PhD). lochin-x@mail.ru.

QDTU dotsenti, f-m.f.f.d (PhD). jonibeksaipnazarov@gmail.com.

Axborot texnologiyalari va menejment universiteti magistranti

Annotatsiya. Mazkur ishda giperbolik tipdagi tenglamalar sistemasi uchun Gursa tipidagi to‘g‘ri masala o‘rganiladi. Tadqiqotda masalaning matematik modeli tahlil qilinib, yechimning mavjudligi, yagonaligi va berilgan boshlang‘ich hamda chegaraviy shartlarga bog‘liqligi ko‘rib chiqiladi. Shuningdek, giperbolik tenglamalar sistemasining xossalari va ularning amaliy qo‘llanish imkoniyatlari tahlil qilinadi. Olingan natijalar matematik fizika, to‘lqin jarayonlari va elastik muhitdagi dinamik hodisalarni modellashtirishda muhim ahamiyatga ega.

Kalit so‘zlar. giperbolik tenglamalar sistemasi, Gursa masalasi, to‘g‘ri masala, boshlang‘ich shartlar, chegaraviy shartlar, yechimning mavjudligi, yagonalik, matematik fizika.

KIRISH. Giperbolik tipdagi tenglamalar matematik fizika va mexanikada to‘lqin uzatilishi, zarba tarqalishi va dinamik jarayonlarni tavsiflashda keng qo‘llaniladi. Ushbu tenglamalar asosida qo‘yilgan masalalardan biri — Gursa tipidagi to‘g‘ri masala, bunda tenglama sistemasi ma’lum boshlang‘ich va chegaraviy shartlar bilan beriladi. Gursa tipidagi masalalar giperbolik tizimlarning fizik jihatdan real va barqaror yechimlarini ta’minlash uchun muhimdir. Bunday masalalarda yechimning mavjudligi, yagonaligi va ma’lumotlarga uzluksiz bog‘liqligi matematik jihatdan tahlil qilinadi. Shu sababli, Gursa tipidagi masalalarni o‘rganish nafaqat nazariy matematikada, balki seysmologiya, elastik muhitdagi zarba tarqalishi, neft va gaz konlarini izlash kabi amaliy sohalarida ham ahamiyatga ega. Maqolada giperbolik tenglamalar sistemalari uchun Gursa tipidagi to‘g‘ri masalalar matematik modeli, yechim shartlari va barqarorlik xususiyatlari tahlil qilinadi, shuningdek, ularning amaliy qo‘llanilish imkoniyatlari ko‘rib chiqiladi.

MASALANI QO‘YILISHI VA YECHISH METODIKASI. $\tilde{D} - (x_0, t_0)$

nuqtadan $x \geq x_0$ o‘tuvchi $x + t = x_0 + t_0$ va $x - t = x_0 - t_0$ to‘g‘ri chiziqlardan tashkil topgan Oxt tekislikdagi soha bo‘lsin. $(x_0, t_0) = (0, 0)$ bo‘lgan holni qaraymiz.[1]

Ushbu

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} + \gamma b(u_t - v_t) = f(x, t) \\ v_{tt} - b(u_t - v_t) = f(x, t) \end{cases}, \quad (1)$$

tenglamalar sistemasining $D = \{x, t : 0 \leq x - t \leq 2L, 0 \leq x + t \leq 2L\}$ kvadratda

$$\begin{cases} u|_{t=x} = \tilde{\varphi}(x), \quad 0 \leq x \leq L, \\ u|_{t=-x} = \tilde{\psi}(x), \quad 0 \leq x \leq L, \\ \tilde{\varphi}(0) = \tilde{\psi}(0), \\ v(x, 0) = 0, \quad v_t(x, 0) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

shartlarni qanoatlantiruvchi $u(x, t)$ va $v(x, t)$ yechimlari topilsin.

(1) sistemadagi $u(x, t)$ va $v(x, t)$ mos ravishda ρ_s va ρ_l o'zgaras parzial zichlikka ega g'ovak-elastik jism va suyuqlik zarralarining siljish tezligi vektorining komponentalaridir. Soddalik uchun siljish moduli o'zgaras va ko'ndalang to'lqin tarqalish tezligini birga teng deb olamiz. b – Darsi koeffitsiyenti, $L > 0$ – berilgan son, $\gamma = \rho_l / \rho_s$. [2]

1-ta'rif. Agar $u, v, u_t, v_t, u_{tt}, v_{tt}, u_{xx} \in C(D)$ va $u(x, t), v(x, t)$ (1) tenglamalar sistemasini va (2) shartlarni qanoatlantirsa, $u(x, t)$ va $v(x, t)$ funksiyalar (1), (2) masalaning yechimi deyiladi.

Ushbu funksiya

$$u(x, t) = \tilde{f}(x - t) + \tilde{g}(x + t) + \frac{1}{2} \int_0^t \int_{x-t+\tau}^{x+t-\tau} f(\xi, \tau) d\xi d\tau \quad (3)$$

($\gamma = 0$ bo'lgan holdagi (1) sistemaning birinchi tenglamasida) quyidagi bir jinsli bo'lmagan to'lqin tenglamasining umumiy yechimi bo'ladi: [3,4]

$$u_{tt} - u_{xx} = f(x, t) \quad (4)$$

(3) formuladagi $\tilde{f}(x)$ va $\tilde{g}(x)$ funksiyalar argumentlari ikki marta uzluksiz differensiallanuvchi ixtiyoriy funksiyalar.

(3) dan birinchi va (2) dagi ikkinchi munosabatlarga ko'ra

$$\tilde{\varphi}(x) = \tilde{f}(0) + \tilde{g}(2x) + \frac{1}{2} \int_0^x \int_{\tau}^{2x-\tau} f(\xi, \tau) d\xi d\tau,$$

$$\tilde{\psi}(x) = \tilde{f}(2x) + \tilde{g}(0) + \frac{1}{2} \int_0^{-x} \int_{2x+\tau}^{-\tau} f(\xi, \tau) d\xi d\tau$$

ga ega bo'lamiz. Bundan $y = 2x$ deb

$$\tilde{g}(y) = \tilde{\varphi}(y/2) - \tilde{f}(0) - \frac{1}{2} \int_0^{y/2} \int_{\tau}^{y-\tau} f(\xi, \tau) d\xi d\tau,$$

$$\tilde{f}(y) = \tilde{\psi}(y/2) - \tilde{g}(0) - \frac{1}{2} \int_0^{-y/2} \int_{y+\tau}^{-\tau} f(\xi, \tau) d\xi d\tau,$$

$$\tilde{\varphi}(0) = \tilde{f}(0) + \tilde{g}(0)$$

ni hosil qilamiz.

U holda (3) formula[5]

$$u(x, t) = \tilde{\varphi}((x+t)/2) + \tilde{\psi}((x-t)/2) - \tilde{\varphi}(0) + \frac{1}{2} \int_0^t \int_{x-t+\tau}^{x+t-\tau} f(\xi, \tau) d\xi d\tau -$$

$$-\frac{1}{2} \int_0^{(x+t)/2} \int_{\tau}^{x+y-\tau} f(\xi, \tau) d\xi d\tau - \frac{1}{2} \int_0^{-(x-t)/2} \int_{x-t+\tau}^{-\tau} f(\xi, \tau) d\xi d\tau$$

ko'rinishga keladi. $\tilde{\varphi}(x)$ va $\tilde{\psi}(x)$ funksiyalar $0 \leq x \leq L$ da aniqlangani uchun $u(x, t)$ yechim faqat D kvadratda aniqlanadi.

Tenglama umumiyroq ko'rinishda bo'lsa, murakkabroq bo'ladi. Hatto chiziqli integro-differensial tenglama[6-7]

$$u_{tt} - u_{xx} + \gamma b u_t - \gamma b^2 \int_0^t u_{\eta}(x, \eta) \exp[-b(t-\eta)] d\eta = g(x, t)$$

uchun ham (2) tenglamalar bilan yechimning aniq analitik ko'rinishini olishi mumkin emas va amaliy masalalarning yechimida taqribiy yechimlarni qurishda turli usullardan foydalanish kerak bo'ladi. Oxirgi tenglama (1) ning birinchi tenglamasidan $v(x, t)$ funksiyaning o'rniga[8]

$$v(x, t) = \int_0^t (t-\eta) [b u_{\eta}(x, \eta) + f(x, \eta)] \exp[-b(t-\eta)] d\eta$$

ifodani qo'yish orqali olinadi, bunda

$$g(x, t) = f(x, t) + \gamma b \int_0^t f(x, \eta) \exp[-b(t - \eta)] d\eta$$

SONLI NATIJALAR VA TAHLILI.

Quyidagi masalani qaraymiz:

$$u_{tt} - u_{xx} + \gamma b u_t - \gamma b^2 \int_0^t u_\eta(x, \eta) \exp[-b(t - \eta)] d\eta = g(x, t), \quad (5)$$

$$u|_{t=x} = \tilde{\varphi}(x), \quad 0 \leq x \leq L, \quad (6)$$

$$u|_{t=-x} = \tilde{\psi}(x), \quad 0 \leq x \leq L, \quad (7)$$

$$\tilde{\varphi}(0) = \tilde{\psi}(0). \quad (8)$$

(5) tenglamaning birinchi qo'shiluvchidan boshqa barcha hadini o'ng tomonga o'tkazib,

$$F(x, t) = \gamma b^2 \int_0^t u_\eta(x, \eta) \exp[-b(t - \eta)] d\eta - \gamma b u_t + g(x, t)$$

deb belgilab, hosil bo'lgan tenglamani (4) tenglamaga o'xshash deb qarash mumkin, uning yechimini esa

$$\begin{aligned} u(x, t) &= \tilde{\varphi}((x+t)/2) + \tilde{\psi}((x-t)/2) - \tilde{\varphi}(0) + \frac{1}{2} \int_0^t \int_{x-t+\tau}^{x+t-\tau} F(\xi, \tau) d\xi d\tau - \\ &- \frac{1}{2} \int_0^{(x+t)/2} \int_\tau^{x+y-\tau} F(\xi, \tau) d\xi d\tau - \frac{1}{2} \int_0^{-(x-t)/2} \int_{x-t+\tau}^{-\tau} F(\xi, \tau) d\xi d\tau = \\ &= \varphi(x, t) + \frac{1}{2} \int_0^t \int_{x-t+\tau}^{x+t-\tau} F(\xi, \tau) d\xi d\tau - \\ &- \frac{1}{2} \int_0^{(x+t)/2} \int_\tau^{x+y-\tau} F(\xi, \tau) d\xi d\tau - \frac{1}{2} \int_0^{-(x-t)/2} \int_{x-t+\tau}^{-\tau} F(\xi, \tau) d\xi d\tau, \end{aligned} \quad (9)$$

ko'rinishda ifodalash mumkin, bunda

$$\varphi(x, t) = \tilde{\varphi}((x+t)/2) + \tilde{\psi}((x-t)/2) - \tilde{\varphi}(0).$$

Agar integro-differensial operator A ni

$$A[u] = \frac{1}{2} \int_0^t \int_{x-t+\tau}^{x+t-\tau} F(\xi, \tau) d\xi d\tau - \\ - \frac{1}{2} \int_0^{(x+t)/2} \int_{\tau}^{x+y-\tau} F(\xi, \tau) d\xi d\tau - \frac{1}{2} \int_0^{-(x-t)/2} \int_{x-t+\tau}^{-\tau} F(\xi, \tau) d\xi d\tau$$

formula orqali kiritsak, (2.1.9) tenglamani

$$u = A[u] + \varphi \quad (10)$$

ko‘rinishda yozish mumkin.

(10) tenglama Volterra integro-differensial tenglamasi deyiladi. (10) tenglama yechimining taqribiy qurish usullaridan biri bu ketma-ket yaqinlashish usuli bo‘lib, har bir keyingi yaqinlashish

$$u_n = A[u_{n-1}] + \varphi, \quad n = 1, 2, \dots \quad (11)$$

formula bilan oldingisiga ko‘ra aniqlanadi. Bunda u_0 - berilgan.

$u_0(x, t) = 0$ funksiyani nolinci yaqinlashish sifatida tanlaylik. U holda (11) yaqinlashish sxemasi quyidagicha bo‘ladi:

$$u_1(x, t) = \varphi(x, t) + \frac{1}{2} \int_0^t \int_{x-t+\tau}^{x+t-\tau} g(\xi, \tau) d\xi d\tau - \\ - \frac{1}{2} \int_0^{(x+t)/2} \int_{\tau}^{x+t-\tau} g(\xi, \tau) d\xi d\tau - \frac{1}{2} \int_0^{-(x-t)/2} \int_{x-t+\tau}^{-\tau} g(\xi, \tau) d\xi d\tau, \\ u_n(x, t) = u_1(x, t) - \\ - \frac{1}{2} \int_0^t \int_{x-t+\tau}^{x+t-\tau} \left(\gamma b^2 \int_0^{\tau} u_{(n-1)\eta}(\xi, \eta) \exp[-b(\tau - \eta)] d\eta - \gamma b u_{(n-1)\tau}(\xi, \tau) \right) d\xi d\tau - \\ - \frac{1}{2} \int_0^{(x+t)/2} \int_{\tau}^{x+t-\tau} \left(\gamma b^2 \int_0^{\tau} u_{(n-1)\eta}(\xi, \eta) \exp[-b(\tau - \eta)] d\eta - \gamma b u_{(n-1)\tau}(\xi, \tau) \right) d\xi d\tau - \\ - \frac{1}{2} \int_0^{-(x-t)/2} \int_{x-t+\tau}^{-\tau} \left(\gamma b^2 \int_0^{\tau} u_{(n-1)\eta}(\xi, \eta) \exp[-b(\tau - \eta)] d\eta - \gamma b u_{(n-1)\tau}(\xi, \tau) \right) d\xi d\tau. \quad (12)$$

(12) formulada

$$u_{(n-1)\eta}(\xi, \eta) = \frac{\partial u_{n-1}(\xi, \eta)}{\partial \eta}.$$

(12) formuladan quyidagi munosabat kelib chiqadi:

$$\begin{aligned} u_{nt}(x, t) = & u_{1t}(x, t) - \\ & - \frac{1}{2} \int_0^t \left(\gamma b^2 \int_0^\tau u_{(n-1)\eta}(x+t-\tau, \eta) \exp[-b(\tau-\eta)] d\eta - \gamma b u_{(n-1)\tau}(x+t-\tau, \tau) \right) d\tau + \\ & + \frac{1}{2} \int_0^t \left(\gamma b^2 \int_0^\tau u_{(n-1)\eta}(x-t+\tau, \eta) \exp[-b(\tau-\eta)] d\eta - \gamma b u_{(n-1)\tau}(x-t+\tau, \tau) \right) d\tau - \\ & - \frac{1}{2} \int_0^{(x+t)/2} \left(\gamma b^2 \int_0^\tau u_{(n-1)\eta}(x+t-\tau, \eta) \exp[-b(\tau-\eta)] d\eta - \gamma b u_{(n-1)\tau}(\xi, \tau) \right) d\tau + \\ & + \frac{1}{2} \int_0^{(t-x)/2} \left(\gamma b^2 \int_0^\tau u_{(n-1)\eta}(x-t+\tau, \eta) \exp[-b(\tau-\eta)] d\eta - \gamma b u_{(n-1)\tau}(x-t+\tau, \tau) \right) d\tau \quad (13) \end{aligned}$$

$\{u_n(x, t)\}, \{u_{nt}(x, t)\}$ ketma-ketliklar tekis yaqinlashuvchi ekanligini ko'rsatamiz. Ikki ketma-ketliklarning ayirmasining iteratsiyasini $w_n = u_{n+1} - u_n$ deb olamiz. (12), (13) formulalardan

$$\begin{aligned} w_n(x, t) = & - \frac{1}{2} \int_0^t \int_{x-t+\tau}^{x+t-\tau} \left(\gamma b^2 \int_0^\tau w_{(n-1)\eta}(\xi, \eta) \exp[-b(\tau-\eta)] d\eta - \gamma b w_{(n-1)\tau}(\xi, \tau) \right) d\xi d\tau - \\ & - \frac{1}{2} \int_0^{(x+t)/2} \int_\tau^{x+t-\tau} \left(\gamma b^2 \int_0^\tau w_{(n-1)\eta}(\xi, \eta) \exp[-b(\tau-\eta)] d\eta - \gamma b w_{(n-1)\tau}(\xi, \tau) \right) d\xi d\tau - \\ & - \frac{1}{2} \int_0^{-(x-t)/2} \int_{x-t+\tau}^{-\tau} \left(\gamma b^2 \int_0^\tau w_{(n-1)\eta}(\xi, \eta) \exp[-b(\tau-\eta)] d\eta - \gamma b w_{(n-1)\tau}(\xi, \tau) \right) d\xi d\tau, \quad (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_{nt}(x, t) = & \\ & - \frac{1}{2} \int_0^t \left(\gamma b^2 \int_0^\tau w_{(n-1)\eta}(x+t-\tau, \eta) \exp[-b(\tau-\eta)] d\eta - \gamma b w_{(n-1)\tau}(x+t-\tau, \tau) \right) d\tau + \\ & + \frac{1}{2} \int_0^t \left(\gamma b^2 \int_0^\tau w_{(n-1)\eta}(x-t+\tau, \eta) \exp[-b(\tau-\eta)] d\eta - \gamma b w_{(n-1)\tau}(x-t+\tau, \tau) \right) d\tau - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2} \int_0^{(x+t)/2} \left(\gamma b^2 \int_0^\tau w_{(n-1)\eta}(x+t-\tau, \eta) \exp[-b(\tau-\eta)] d\eta - \gamma b w_{(n-1)\tau}(\xi, \tau) \right) d\tau + \\
 & + \frac{1}{2} \int_0^{(t-x)/2} \left(\gamma b^2 \int_0^\tau w_{(n-1)\eta}(x-t+\tau, \eta) \exp[-b(\tau-\eta)] d\eta - \gamma b w_{(n-1)\tau}(x-t+\tau, \tau) \right) d\tau. \quad (15)
 \end{aligned}$$

munosabatlarni topamiz.

Faraz qilaylik, D kvadratda

$$|w_0| \leq M, \quad |w_{0t}| \leq M, \quad (16)$$

tengsizlik o'rinli bo'lsin. $M > 0$ - biror o'zgarmas son. Ma'lumki, $\tilde{\varphi}(x)$, $\tilde{\psi}(x)$ va $g(x, t)$ berilganlar uchun muvofiq shartlarda (16) shart bajariladi.

(14) va (15) formulalardan mojarant bo'lgan

$$|w_1| \leq CM \frac{(x+t)^2}{2!}, \quad |w_{1t}| \leq CM(x+t),$$

baholar kelib chiqadi, $C > 0$, b va γ ga bog'liq o'zgarmas.

Induksiya bo'yicha barcha $n \geq 2$ uchun quyidagi:

$$|w_n| \leq CM \frac{(x+t)^{n+1}}{(n+1)!}, \quad |w_{nt}| \leq CM \frac{(x+t)^n}{n!}$$

baholashni oson isbotlash mumkin. Oxirgi tengsizliklarda nuqtalar D kvadratning ichida yotganligidan

$$|w_n| \leq CM \frac{(2L)^{n+1}}{(n+1)!}, \quad |w_{nt}| \leq CM \frac{(2L)^n}{n!} \quad (17)$$

tengsizlik kelib chiqadi.

(17) tengsizliklarning o'ng tomonida $\exp(2L)$ eksponentasi yoyilmasining proporsionallik ko'paytuvchilari aniqligida umumiy hadi turibdi.

Demak,

$$u_n = u_0 + w_1 + \dots + w_{n-1},$$

$$\frac{\partial u_n}{\partial t} = \frac{\partial u_0}{\partial t} + \frac{\partial w_1}{\partial t} + \dots + \frac{\partial w_{n-1}}{\partial t}$$

funksiyalar ketma-ketligi limit funksiyaga tekis yaqinlashadi va uni $u(x, t)$, $U(x, t)$ orqali belgilaymiz:

$$u(x, t) = \lim_{n \rightarrow \infty} u_n(x, t), \quad U(x, t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\partial u_n(x, t)}{\partial t}.$$

(12) va (13) formulalarda $n \rightarrow \infty$ da limitga o'tamiz. Natijada

$$\begin{aligned} u(x, t) &= u_1(x, t) - \\ &- \frac{1}{2} \int_0^t \int_{x-t+\tau}^{x+t-\tau} \left(\gamma b^2 \int_0^\tau U(\xi, \eta) \exp[-b(\tau - \eta)] d\eta - \gamma b U(\xi, \tau) \right) d\xi d\tau - \\ &- \frac{1}{2} \int_0^{(x+t)/2} \int_\tau^{x+t-\tau} \left(\gamma b^2 \int_0^\tau U(\xi, \eta) \exp[-b(\tau - \eta)] d\eta - \gamma b U(\xi, \tau) \right) d\xi d\tau - \\ &- \frac{1}{2} \int_0^{-(x-t)/2} \int_{x-t+\tau}^{-\tau} \left(\gamma b^2 \int_0^\tau U(\xi, \eta) \exp[-b(\tau - \eta)] d\eta - \gamma b U(\xi, \tau) \right) d\xi d\tau, \\ U(x, t) &= u_t(x, t) - \\ &- \frac{1}{2} \int_0^t \left(\gamma b^2 \int_0^\tau U(x+t-\tau, \eta) \exp[-b(\tau - \eta)] d\eta - \gamma b U(x+t-\tau, \tau) \right) d\tau + \\ &+ \frac{1}{2} \int_0^t \left(\gamma b^2 \int_0^\tau U(x-t+\tau, \eta) \exp[-b(\tau - \eta)] d\eta - \gamma b U(x-t+\tau, \tau) \right) d\tau - \\ &- \frac{1}{2} \int_0^{(x+t)/2} \left(\gamma b^2 \int_0^\tau U(x+t-\tau, \eta) \exp[-b(\tau - \eta)] d\eta - \gamma b U(\xi, \tau) \right) d\tau + \\ &+ \frac{1}{2} \int_0^{(t-x)/2} \left(\gamma b^2 \int_0^\tau U(x-t+\tau, \eta) \exp[-b(\tau - \eta)] d\eta - \gamma b U(x-t+\tau, \tau) \right) d\tau \quad (18) \end{aligned}$$

ga ega bo'lamiz. Bundan esa $U = u_t$ va $u(x, t)$ funksiyalar (2.1.10) integro-differensial tenglamani qanoatlantirishi kelib chiqadi. (2.1.10) tenglamani t bo'yicha differensiallasak $u(x, t)$ funksiya (5) integro-differensial tenglamani ham qanoatlantirishi kelib chiqadi. (6), (7) shartlarning bajarilishi (9), (12) formuladan va $\varphi(x, t)$ funksiya ko'rinishidan kelib chiqadi.

Endi (5)-(7) masala yechimining yagonaligini isbotlaymiz. (5) - (7) masala ikkita $u_1(x, t)$ va $u_2(x, t)$ turli yechimlarga ega bo'lsin. Ularning ayirmasi $W = u_1 - u_2$ ni qaraylik. Bu funksiya

$$\begin{aligned} W(x, t) = & -\frac{1}{2} \int_0^t \int_{x-t+\tau}^{x+t-\tau} \left(\gamma b^2 \int_0^\tau W_\eta(\xi, \eta) \exp[-b(\tau - \eta)] d\eta - \gamma b W_\tau(\xi, \tau) \right) d\xi d\tau - \\ & -\frac{1}{2} \int_0^{(x+t)/2} \int_\tau^{x+t-\tau} \left(\gamma b^2 \int_0^\tau W_\eta(\xi, \eta) \exp[-b(\tau - \eta)] d\eta - \gamma b W_\tau(\xi, \tau) \right) d\xi d\tau - \\ & -\frac{1}{2} \int_0^{-(x-t)/2} \int_{x-t+\tau}^{-\tau} \left(\gamma b^2 \int_0^\tau W_\eta(\xi, \eta) \exp[-b(\tau - \eta)] d\eta - \gamma b W_\tau(\xi, \tau) \right) d\xi d\tau \end{aligned}$$

bo'lgan bir jinsli Volterra integro-differensial tenglamani qanoatlantiradi. (16) baholashlarga asosan

$$|W| \leq M_1, \quad |W_t| \leq M_1, \quad (19)$$

baholashning to'g'riligini ko'rsatish oson, bunda $M_1 > 0$ biror o'zgarmas. U holda $w_n(x, t)$ uchun olingan baholashga o'xshash ixtiyoriy funksiya uchun

$$|W_n| \leq C M_1 \frac{(2L)^{n+1}}{(n+1)!}. \quad (20)$$

baholashni olish mumkin. (20) formuladan $W(x, t) \equiv 0$ ekanligidan $u_1(x, t) \equiv u_2(x, t)$ ekani kelib chiqadi. (5) - (7) masala yechimning yagonaligi isbotlandi. Shunday qilib, quyidagi teorema isbotlandi.

Teorema. $f(x, t)$ funksiya D da uzluksiz va $\tilde{\varphi}(x)$ va $\tilde{\psi}(x)$ funksiyalar $[0, L]$ da ikki marta uzluksiz differentsiallanuvchi bo'lsin. U holda (1), (2) masalaning yagona yechimi mavjud.

XULOSA

Giperbolik tipdagi tenglamalar sistemasi uchun Gursa tipidagi to'g'ri masala o'rganildi. Maqolada masalaning matematik modeli tahlil qilinib, yechimning mavjudligi, yagonaligi va berilgan boshlang'ich hamda chegaraviy shartlarga

bog'liqligi ko'rib chiqildi. Shuningdek, giperbolik tenglamalar sistemasining xossalari va ularning amaliy qo'llanish imkoniyatlari tahlil qilindi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR.

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1968. 496 с.
2. Денисов. Введение в теорию обратных задач. Москва. Наука. 1999 г.
3. Романов. Обратные задачи математической физики. 1984 г. Москва. Наука. 321 с.
4. Янгибоев З.Ш. Одномерные обратные динамические задачи для уравнения SH волн в пористых средах с неизвестным источником. Дис-я. 2019 г. 113 с.
5. Imomnazarov Kh.Kh., Khujaev L.Kh., Yangiboev Z.Sh. The inverse problem for a system of poroelasticity equations: the case with an unknown Darcy time-dependent coefficient. // European Journal of Research 5(7), 2020, pp. 3-17. (3. Journal SJIF:6.22).
6. Янгибоев З.Ш. Об устойчивости одной обратной динамической задачи для уравнения SH волн в пористом полупространстве. //УзМУ хабарлари» 2012 г. №4. сс. 11-16.
7. Белишев М. И., Благовещинский А.С. Динамические обратные задачи теории волн. СПб. Изд-во СПб.ун-та. 1999. 234 с.
8. Имомназаров Х. Х., Имомназаров Ш. Х., Рахмонов Т. Т., Янгибоев З. Ш. Регуляризация в обратных динамических задачах для уравнения SH волн в пористой среде // Владикавказский математический журнал, 2013, т.15. №2. с. 46-58.

QATLAMLI G'OVAK-ELASTIK MUHIT UCHUN A_μ^1 VA A_μ^2 TESKARI

DINAMIK MASALASI YECHISH ALGORITMI

Xo'jayev L.H., Saipnazarov J.M., Marqayeva D.A.

QDTU dotsenti, f-m.f.f.d (PhD). lochin-x@mail.ru.

QDTU dotsenti, f-m.f.f.d (PhD). jonibeksaipnazarov@gmail.com.

Axborot texnologiyalari va menejment universiteti magistranti

dilafruzmarqayeva2@gmail.com

Annotatsiya. Mazkur ishda qatlamli g'ovak-elastik muhit uchun teskari dinamik masala o'rganiladi. Tadqiqotda muhitning fizik xossalarini tavsiflovchi matematik model tahlil qilinib, noma'lum parametrlarni kuzatuv ma'lumotlari asosida aniqlash masalasi ko'rib chiqiladi. Masalaning yechimi mavjudligi, yagonaligi va berilgan ma'lumotlarga bog'liqligi tahlil qilinadi hamda turg'unlik shartlari aniqlanadi. Olingan natijalar seysmologiya, geofizika hamda neft va gaz konlarini qidirish jarayonlarida qo'llanishi mumkin.

Kalit so'zlar. qatlamli muhit, g'ovak-elastik muhit, teskari dinamik masala, giperbolik tenglamalar, matematik model, turg'unlik, yagonalik, seysmologiya, geofizika.

KIRISH. Bir jinsli yarim fazoda izotrop qatlamli g'ovak-elastik muhitda to'liq tarqalishini ifodalaydigan masalani o'rganamiz. Tekis parallel qatlamni qaraymiz. Qatlamli muhit uchun dissipativ yaqinlashishdagi g'ovak elastik muhitning bir o'lchovli teskari dinamik masalalarini qaraymiz.

MASALANI QO'YILISHI VA YECHISH METODIKASI.

x o'zgaruvchi bo'yicha bir jinsli bo'lmagan yarim fazoda tebranishlarning tarqalish jarayonini ifodalovchi quyidagi

$$\rho_s(x) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \rho_l(x) b(x) \left(\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial v}{\partial t} \right), \quad x \geq 0, t \geq 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = b(x)(u - v), \quad x \geq 0, \quad t \geq 0 \quad (2)$$

tenglamalar sistemasi quyidagi nol boshlang'ich shartlarni [1]

$$u|_{t=0} = 0, \quad u_t|_{t=0} = 0, \quad v|_{t=0} = 0, \quad x \geq 0 \quad (3)$$

va chegaraviy shartlarni

$$u_x|_{x=0} = H(t), \quad (4)$$

qanoatlantiruvchi masalani qaraymiz.

(1)-(4) masalaning klassik yechimi muhim, ya'ni $u \in C^2(x \geq 0, t \geq 0)$, $v \in C^1(x \geq 0, t \geq 0)$. Yana u , u_t va v , v_t funksiyalar $L_2(t \geq 0)$ ga tegishli deb faraz qilamiz. u va v funksiyalarni $t < 0$ uchun nol bilan davom ettiramiz. $H(t) \in C^2(t \geq 0) \cap L_2(t \geq 0)$ berilgan funksiyada $H(0) = 0$ $H'(0) = 0$ muvofiqlashtirish shartlari bajarilsin deb faraz qilamiz.

(1) va (2) formulalarda $\mu(x)$ funksiya bo'lakli-o'zgaras va $a_1 < a_2 < \dots < a_k$, nuqtalarda uzilishga ega bo'lib, $\rho_l(x)$, $\rho_s(x)$, $b(x)$ funksiyalarni $a_0 = 0$ da quyidagi tengliklar orqali yozishimiz mumkin:[2]

$$\mu(x) = \begin{cases} \mu_m \text{ uchun } x \in (a_{m-1}, a_m), m = 1, \dots, k \\ \mu_{k+1} \text{ uchun } x > a_k \end{cases} \quad (5)$$

$$\rho_l(x) = \begin{cases} \rho_{lm} \text{ uchun } x \in (a_{m-1}, a_m), m = 1, \dots, k \\ \rho_{lk+1} \text{ uchun } x > a_k \end{cases} \quad (6)$$

$$\rho_s(x) = \begin{cases} \rho_{sm} \text{ uchun } x \in (a_{m-1}, a_m), m = 1, \dots, k \\ \rho_{sk+1} \text{ uchun } x > a_k \end{cases} \quad (7)$$

$$b(x) = \begin{cases} b_m \text{ uchun } x \in (a_{m-1}, a_m), m = 1, \dots, k \\ b_{k+1} \text{ uchun } x > a_k \end{cases} \quad (8)$$

$$b_m, \mu_m, \rho_{lm}, \rho_{sm} = \text{const.}$$

$\mu(x)$ koeffitsiyentning a_m uzilish nuqtalarida (3), (4) shartlarga qo'shimcha qatlamdan-qatlama o'tish shartlarini kiritamiz.

$$[u]_{x=a_m} = [\mu(x)u_x]_{x=a_m} = 0, \quad m = 1, \dots, k \quad (9)$$

(5) - (8) ko'rinishdagi $b(x)$, $\mu(x)$, $\rho_l(x)$, $\rho_s(x)$ funksiyalar uchun (1) - (4), (9) tengliklarni qanoatlantiruvchi $u(x, t)$ va $v(x, t)$ funksiyalarni aniqlash masalasi to'g'ri masala deyiladi.

SONLI NATIJALAR VA TAHLILI.

Quyidagi teskari masalalar o'rganiladi:

A_μ^1 teskari masalasi.

(1) tenglamadan, ya'ni $2k+1$ ta $\{\mu_1, \dots, \mu_{k+1}; a_1, \dots, a_k\}$ sonli to'plamdan, (1) - (4), (9) masalaning yechimi bo'yicha quyidagi[3]

$$\Phi(\omega) = - \int_{-\infty}^{\infty} u_t(0, t) e^{-i\omega t} dt, \quad \omega \in \Omega, \quad (10)$$

ma'lum bo'lsa, $\mu(x)$ koefitsiyentni topish masalasini qaraymiz. Bu yerda Ω – nol bilan ajratilgan chekli interval va $b(x)$, $\rho_l(x)$, $\rho_s(x)$ berilgan funksiyalar. Soddalik uchun $b(x)$, $\rho_l(x)$, $\rho_s(x)$ funksiyalarni berilgan o'zgarmas deb faraz qilamiz.

$$\tau = \frac{a_1 - a_0}{c_1} = \frac{a_2 - a_1}{c_2} = \dots = \frac{a_k - a_{k-1}}{c_k} \quad (11)$$

deb faraz qilamiz va τ qiymati berilgan, $c_k = \sqrt{\mu_k / \rho_{sk}}$. Yuqorida qayd etilganidek, ba'zi hollarda (11) faraz Gupilla gipotezasiga ekvivalent bo'ladi. $|\Omega| > \pi / \tau$ bo'lsin. Bunda $|\Omega|$ - nol bilan ajratilgan chekli interval o'lchovi.

Shunga e'tibor berishimiz kerakki, tayinlangan k da (2.2.11) tenglik A_μ^1 teskari masalani yechishda $k+1$ o'zgarmasni tiklash imkonini beradi. Faraz qilaylik $\{c_1, \dots, c_{k+1}\}$ bo'lsin.

Ma'lumki (1), (4), (9) to'g'ri masala qatlamli muhit bo'lgan holda parametrli Helmgolts tenglamasi uchun quyidagi masala bilan bog'liq:[4]

$$U_{xx} + \omega^2 \tilde{B}^2(x, \omega) U = 0, \quad (12)$$

$$U_x(0, \omega) = h(\omega), \quad U_x - i\tilde{B}\omega U \rightarrow 0 \quad x \rightarrow \infty \text{ da}, \quad (13)$$

$$[U]_{x=a_m} = [\mu U_x]_{x=a_m} = 0, \quad m = 1, \dots, k. \quad (14)$$

Bu yerda $U(x, \omega)$, $h(\omega)$ mos ravishda u va H funksiyalarning Furiye tasvirlaridir.

$$U(x, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(x, t) e^{-i\omega t} dt, \quad h(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} H(t) e^{-i\omega t} dt,$$

$$\tilde{B}(x, \omega) = \frac{\sqrt{(1 + \rho_l(x) / \rho_s(x)) b(x) - i\omega}}{c(x) \sqrt{b(x) - i\omega}}.$$

$\mu(x)$ koeffitsiyentni aniqlash A_μ^1 teskari masala uchun (10) quyidagi tenglikka mos keladi.

$$\Phi(\omega) = i\omega U(0, \omega), \quad \omega \in \Omega. \quad (15)$$

Bunday holatda A_μ^1 teskari masalani yechish quyidagi masalani yechish bilan bog'liq bo'ladi.

A_μ^2 teskari masalasi.

Agar (12) - (14) masalani yechishda (15) ma'lum bo'lsa, (12) tenglamaning (5) - (8) ko'rinishdagi $\mu(x)$ koeffitsiyentini aniqlang.

1-ta'rif. (11) gipoteza doirasidagi (10) qo'shimcha ma'lumotlarga ko'ra (5) ko'rinishdagi $\mu(x)$ funksiyani aniqlashga oid A_μ^2 teskari masala k-qatlamli deb ataladi.

$\mu(x)$ funksiyaning (a_{m-1}, a_m) o'zgarish sohasida (12) tenglamaning umumiy yechimi uchun aniq formulalardan foydalanamiz:[5]

$$U(x, \omega) = A_1^m(\omega)e^{i\tilde{B}_m\omega x} + A_2^m(\omega)e^{-i\tilde{B}_m\omega x}. \quad (16)$$

$x \rightarrow \infty$ da (13) chegaraviy shart cheksizlikdan keladigan to'liqlarning yo'qligini anglatadi, ya'ni $A_2^{k+1} = 0$. $x > a_k$ yarim fazo uchun

$$U(x, \omega) = Ae^{i\tilde{B}_{k+1}\omega x}, \quad (17)$$

tenglik bajariladi, bu yerda $A(\omega)$ parametr keyinchalik aniqlanadi.

(16) ga asosan (14) tengliklarni quyidagicha yozish mumkin:

$$A_1^m e^{i\tilde{B}_m\omega a_m} + A_2^m e^{-i\tilde{B}_m\omega a_m} = A_1^{m+1} e^{i\tilde{B}_{m+1}\omega a_m} + A_2^{m+1} e^{-i\tilde{B}_{m+1}\omega a_m},$$

$$\mu_m \left(A_1^m e^{i\tilde{B}_m\omega a_m} - A_2^m e^{-i\tilde{B}_m\omega a_m} \right) = \mu_{m+1} \left(A_1^{m+1} e^{i\tilde{B}_{m+1}\omega a_m} - A_2^{m+1} e^{-i\tilde{B}_{m+1}\omega a_m} \right)$$

Bunda quyidagi belgilashlardan foydalanamiz[6]

$$B_j^m = A_j^m e^{(-1)^{j-1} i\omega \tilde{B}_m a_m}. \quad (18)$$

(11) ga binoan

$$B_1^m + B_2^m = B_1^{m+1} e^{-i\omega \tilde{b}\tau} + B_2^{m+1} e^{i\omega \tilde{b}\tau},$$

$$B_1^m - B_2^m = \frac{\mu_{m+1}}{\mu_m} (B_1^{m+1} e^{-i\omega\tilde{b}\tau} - B_2^{m+1} e^{i\omega\tilde{b}\tau}) \quad (19)$$

tengliklar o‘rinli. Bu yerda

$$\tilde{b} = \sqrt{\frac{(1 + \rho_l / \rho_s)b - i\omega}{b - i\omega}}$$

(19) sistemaga

$$\lambda_m^\pm = 1 \pm \frac{\mu_{m+1}}{\mu_m} \quad (20)$$

belgilash kiritilishi

$$B_1^m = \frac{1}{2} (\lambda_m^+ B_1^{m+1} e^{-i\omega\tilde{b}\tau} + \lambda_m^- B_2^{m+1} e^{i\omega\tilde{b}\tau}),$$

$$B_2^m = \frac{1}{2} (\lambda_m^- B_1^{m+1} e^{-i\omega\tilde{b}\tau} + \lambda_m^+ B_2^{m+1} e^{i\omega\tilde{b}\tau}), \quad m = 1, \dots, k-1 \quad (21)$$

tengliklarga ekvivalentligini anglatadi. B_j^k miqdorlarni hisoblash uchun (13) tenglikning $x = a_k$ nuqtadagi qiymatidan, (17) tenglik va (11), (16), (20) formulalardan foydalanamiz. $\alpha = e^{i\omega\tilde{B}_{k+1}a_k}$ deb faraz qilib[7]

$$B_1^k = \frac{1}{2} A\alpha\lambda_k^+, \quad B_2^k = \frac{1}{2} A\alpha\lambda_k^- \quad (22)$$

ni topamiz. $A(\omega)$ funksiya (13) chegaraviy shartning $x=0$ dagi qiymatidan topiladi. (11), (16), (18) ga asosan

$$i\omega\tilde{B}_1(A_1^1 - A_2^1) = i\omega\tilde{B}_1(B_1^1 e^{-i\omega\tilde{b}\tau} - B_2^1 e^{i\omega\tilde{b}\tau}) = h(\omega) \quad (23)$$

tenglikka ega bo‘lamiz.

(21), (22) formulalarni qo‘llab, quyidagi xulosaga kelishimiz mumkin:

$$B_j^1 = \frac{A\alpha}{2^k} P_j^{k-1}(e^{i\omega\tau}, e^{-i\omega\tau}). \quad (24)$$

Bu yerda $P_j^{k-1}(\xi, \eta) - \xi, \eta$ o‘zgaruvchilarning darajalari bo‘yicha bir jinsli ko‘phadlardir. Bu ko‘phadlarning koeffitsiyentlari, o‘z navbatida, $\lambda_1^\pm \lambda_2^\pm \dots \lambda_k^\pm$ ko‘rinishdagi hadlardan tashkil topgan k -darajali bir jinsli ko‘phadlardir.

(23), (24) ga binoan tenglikning analogi uchun

$$\frac{A\alpha}{2^k} = \frac{h(\omega)}{i\omega\tilde{B}_1} \left(P_1^{k-1} e^{-i\omega\tilde{b}\tau} - P_2^{k-1} e^{i\omega\tilde{b}\tau} \right)^{-1},$$

tenglik o‘rinli bo‘ladi. Biroq u holda (16) qo‘shimcha ma’lumot uchun $\Phi(\omega) = i\omega U(0, \omega) = i\omega(A_1^1 + A_1^1)$ funksiyaning quyidagi ko‘rinishiga ega bo‘lamiz:

$$\Phi(\omega) = \frac{h(\omega)}{\tilde{B}_1} \frac{P_1^{k-1} e^{-i\omega\tilde{b}\tau} + P_2^{k-1} e^{i\omega\tilde{b}\tau}}{P_1^{k-1} e^{-i\omega\tilde{b}\tau} - P_2^{k-1} e^{i\omega\tilde{b}\tau}}. \quad (25)$$

Funksiya $h(\omega)$ ga chegaralanganlik qo‘yamiz ((1)-(4) dinamik masaladagi $H(t)$ funksiya uchun). Biror $\omega_0 > 0$ uchun $h(\omega)$ funksiya $[\omega_0, \omega_0 + \pi / \tau] \subset \Omega$ kesmada nolga aylanmasin. Xususan, agar $H(t) = e^{-t^2/2}$ va $\Omega = R$, bo‘lsa, u holda $h(\omega) = e^{-\omega^2/2} > 0$ bo‘ladi va yuqorida keltirilgan shart biror ω_0, τ da bajariladi.

Quyidagi $\Phi(\omega) / h(\omega)$ funksiyaning Furrye koeffitsiyentlarini ko‘rib chiqamiz:

$$\varphi_m = \int_{\omega_0}^{\omega_0 + \pi / \tau} \Phi(\omega) h^{-1}(\omega) e^{-2i\omega m \tau} d\omega \quad (26)$$

A_μ^2 teskari masalaning μ_m parametrlari bilan φ_m sonlar o‘rtasidagi bog‘lanishni o‘rnatamiz.

(26) integrallarni hisoblash uchun $z = e^{2i\omega\tau}$ ($dz = 2i\tau z d\omega$) o‘zgaruvchilarni almashtirishdan foydalanamiz, bu ω kompleks tekislikdagi $[\omega_0, \omega_0 + \pi / \tau]$ yarim intervalni z kompleks tekislikdagi $|z|=1$ birlik aylanada o‘zaro bir qiymatli akslantiradi (integrallash $\arg z$ ni o‘rish yo‘nalishi bo‘yicha olinadi).

(25) tenglikning o‘ng tomoni surat va maxrajini $e^{ki\omega\tau} = z^{k/2}$ funksiya ko‘paytirsak, $\tilde{B}_1 \Phi(\omega) / h(\omega)$ funksiya z o‘zgaruvchini $F_k(z)$ funksiya orqali ifodalasak, u k -darajali ikkita ko‘phadning nisbati ko‘rinishda hosil bo‘ladi:

$$F_k(z) = \frac{f_0^{(k)} + f_1^{(k)} z + \dots + f_k^{(k)} z^k}{g_0^{(k)} + g_1^{(k)} z + \dots + g_k^{(k)} z^k}. \quad (27)$$

Bu yerda $F_k(z)$ funksiyaning quyi indeksi va $f_j^{(k)}, g_j^{(k)}$ koeffitsiyentlarning yuqori indeksi masalaning “qatlamlı” ekanligini bildiradi.

(26) tenglik bu belgilanishlardan keyin quyidagi ko‘rinishga keladi:

$$\varphi_m = \frac{1}{2i\tau\tilde{B}_1} \int_{|z|=1} F_k(z) \frac{dz}{z^{m+1}}, \quad m=0, \dots, k \quad (28)$$

$F_k(z)$ funksiyaning maxrajidagi ko‘phadning barcha ildizlari z tekislikning birlik doirasidan tashqarida bo‘lgan holda (28) ko‘rinishdagi integrallari kompleks o‘zgaruvchili funksiyalar nazariyasi usullari yordamida nisbatan oson hisoblanadi. Keyingi barcha hisoblashlar yuqoridagi faraz ostida, ya’ni $g_0^{(k)} + g_1^{(k)}z + \dots + g_k^{(k)}z^k$ ko‘phad $|z| \leq 1$ doirada ildizlarga ega emas deb amalga oshiriladi. Rushe teoremasi bu farazning to‘g‘riligi uchun yetarli shart hisoblangandan quyidagi tengsizlik o‘rinli:

$$|g_0^{(k)}| > \sum_{j=1}^k |g_j^{(k)}|. \quad (29)$$

Demak, (28) tenglikdagi integral ostidagi funksiya $z=0$ nuqtada $m+1$ tartibli qutbga mos maxsus nuqta kabi $|z| < 1$ integrallash sohasini chegaralab turgan konturning ichida yagona maxsus nuqtaga ega. Bu esa quyidagi tenglikka asosan chegirma haqidagi teoremadan foydalanishga imkon beradi:

$$\varphi_m = \frac{\pi}{\tau\tilde{B}_1} \operatorname{Res}_{z=0} \frac{F_k(z)}{z^{m+1}}.$$

Yuqorida aytib o‘tilganidek, $z=0$ nuqta ko‘rib chiqilayotgan funksiya uchun $m+1$ tartibli qutb bo‘lganligi sababli (2.2.28) Furrye koeffitsiyentlarini quyidagi formulalar yordamida hisoblash mumkin:

$$\varphi_m = \frac{1}{m!} \frac{\pi}{\tau\tilde{B}_1} F_k^{(m)}(0). \quad (30)$$

Ushbu tadqiqot ishining asosiy natijasini ko‘rsatishdan oldin ba’zi belgilashlarni kiritamiz (qarang: (20)):

$$\gamma_m = \frac{\lambda_m^-}{\lambda_m^+} = -\frac{\mu_{m+1} - \mu_m}{\mu_{m+1} + \mu_m}, \quad m=1, \dots, k; \quad (31)$$

$$h_p^m = h_{m-1}^m h_{m-p-1}^{m-1} + h_p^{m-1}, \quad p=0, \dots, m-2, m=2, \dots, k$$

$$h_{m-1}^m = -\gamma_m, \quad m=2, \dots, k$$

$$h_0^1 = h_m^m = 0, \quad m = 1, \dots, k. \quad (32)$$

Teorema. (11) tengliklar bajarilgan bo'lsin. (27) $g_0^{(k)} + g_1^{(k)}z + \dots + g_k^{(k)}z^k$ ko'phad $|z| \leq 1$ doirada ildizlarga ega bo'lmasin va $H(t)$ funksiyaning $h(\omega)$ Furye tasviri $\omega \in [\omega_0, \omega_0 + \pi/\tau] \subset \Omega$ uchun nolga aylanmasin. U holda (12) - (14) masalaning yechimi bo'yicha $F_k(z)$ funksiya uchun quyidagi formulalar o'rinli:

$$F_k^{(m)}(0) = m! \left[2\gamma_m \prod_{p=1}^{m-1} (1 - \gamma_p^2) - \sum_{p=1}^{m-1} \frac{h_p^m}{(m-p)!} F_k^{(m-p)}(0) \right] \quad (33)$$

Bundan tashqari γ_m , h_p^m koeffitsiyentlar (31), (32), $m = 2, \dots, k$ formulalar bo'yicha hisoblanadi.

Teoremani bir nechta lemmalarga bo'lgan holda yordamchi konstruksiyalar bilan isbotlaymiz.

Yuqorida ta'kidlanganidek, $F_k(z)$ funksiyaning $f_j^{(k)}$, $g_j^{(k)}$ koeffitsiyentlari $\lambda_1^\pm \lambda_2^\pm \dots \lambda_k^\pm$ ko'rinishdagi qo'shiluvchilarga ega bo'lgan bir jinsli ko'phadlardan iborat. Shuning uchun $F_k(z)$ funksiyaning surat va maxrajini nolga teng bo'lmagan $\lambda_1^+ \lambda_2^+ \dots \lambda_k^+$ qiymatlarga bo'lgandan so'ng ko'phadlarning yangi koeffitsiyentlarini olamiz. Ular uchun oldingi $f_j^{(k)}$, $g_j^{(k)}$ belgilarini saqlab qolamiz, ular $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_k$ parametrlariga bog'liq bo'lib, $F_k(z)$ funksiyaning surat va maxrajida har bir γ_m chiziqli ravishda qatnashadi.

Quyidagi ifodani qaraylik:

$$F_k(z) = \frac{Q_k(z) + \gamma_k R_k(z)}{S_k(z) + \gamma_k D_k(z)}. \quad (34)$$

Bu yerda Q_k, R_k, S_k, D_k ko'phadlarning koeffitsiyentlari (z ning darajasini ko'rsatadigan pastki belgisi bilan mos keladigan kichik harflar bilan belgilaymiz) γ_k ga bog'liq emas.

(20) - (22), (25), (27) formulalar yordamida ba'zi hisob-kitoblarni amalga oshirib, quyidagilarni isbotlash murakkab emas:

$$F_1(z) = \frac{1 + \gamma_1 z}{1 - \gamma_1 z},$$

$$F_2(z) = \frac{1 + \gamma_1 z + \gamma_1 \gamma_2 z + \gamma_2 z^2}{1 - \gamma_1 z + \gamma_1 \gamma_2 z - \gamma_2 z^2}.$$

A_μ^1 teskari masala (A_μ^2 teskari masala) ni yechish algoritmi

A_μ^2 teskari masalaning yechish algoritmini qurish uchun (33) formulalardan foydalanamiz va shu yo‘l bilan A_μ^1 teskari masalaning ham yechish algoritmini qurishimiz mumkin.

1-Natija. $F_k^{(m)}(0)$ ($m \leq k$) hosila faqat (31) dagi $\gamma_1, \dots, \gamma_m$ sonlarga bog‘liq.

Natijaga ko‘ra, teskari masalani yechish algoritmining rekurrent formulasini tuzamiz.

2-Natija. Barcha natural k sonlar uchun

$$F_k(0) = 1, \quad F'_k(0) = 2\gamma_1 \quad (35)$$

tenglik o‘rinli.

Bu natijalarning isboti to‘g‘ridan to‘g‘ri (35) formulalarni hisoblashdan kelib chiqadi.

Teskari masala algoritmini tavsiflashdan oldin uning qo‘llanilish shartlarini esga olamiz.

1. Lane tenglamalar sistemasida to‘lqinning qatlamlardan bir xil vaqtda o‘tishi uchun Gupilla gipotezasining to‘g‘riligini bildiruvchi (11) tenglik bajarilishi shart.

2. (27) dagi $g_0^{(k)} + g_1^{(k)}z + \dots g_k^{(k)}z^k$ ko‘phad $|z| \leq 1$ doirada ildizlarga ega bo‘lmashligi kerak. Qaralayotgan masalada μ_m koeffitsiyentlari bo‘yicha ushbu shartlarning bajarilishi uchun yetarli shart bu qatlamlardagi tezliklarning “kuchsiz” farq qilishi hisoblanadi.

3. Berilgan (4) dagi $H(t)$ funksiyaning $h(\omega)$ Furre obrazi Ω da joylashgan $\pi / \tau : \omega \in [\omega_0, \omega_0 + \pi / \tau]$ uzunlikdagi segmentda nolga aylanmasligi kerak.

Misol: $H(t) = e^{-t^2/2}$ va $\Omega = R$ bo'lsa, u holda $h(\omega) = e^{-\omega^2/2} > 0$ $\Omega = (0.5, k \cdot \pi)$,
 k - natural son, $|\Omega| > \pi / \tau$ - k tanlash hisobida.

XULOSA

Yuqoridagi barcha keltirilgan farazlarga ko'ra teskari masalaning $(\mu_1, \dots, \mu_{k+1})$ yechimini quyidagi algoritm yordamida topish mumkin:

1. (26) dagi $\varphi_0, \dots, \varphi_k$ $k+1$ ta integrallarni hisoblang.
2. (30), (2.3.1) lardan ketma-ket $\gamma_1, \dots, \gamma_k$ sonlarni aniqlang.

$$\gamma_1 = \varphi_1 / 2\varphi_0, \quad (36)$$

(30), (33) ga muvofiq

$$\gamma_m = \frac{1}{2\varphi_0} \frac{\varphi_m + \sum_{p=1}^1 h_p^m \varphi_{m-p}}{\prod_{p=1}^{m-1} (1 - \gamma_p^2)}. \quad (37)$$

Bu yerda h_p^m koeffitsiyentlari (32) rekurrent formulalar bilan hisoblanadi.

3. Teskari masala yechimini toping: (30), (33) larga ko'ra

$$\mu_1 = \pi / \tau\varphi_0, \quad (38)$$

(31) ga muvofiq

$$\mu_{m+1} = \frac{1 - \gamma_m}{1 + \gamma_m} \mu_m \quad (39)$$

bo'ladi.

Demak, yuqoridagi faraz qilingan (26), (32) formulalarga ko'ra (2) - (2.3.5) formulalar A_μ^2 teskari masala yechimini beradi. Bu formulalarning sonli bajarilishi faqat (26) integrallarni va (2)-(5), (32) algebraik almashtirishlarni hisoblash talab etiladi.

(26) momentlarni noldan ajratilgan ω o'zgarish oralig'ida hisoblash mumkinligi muhimdir.

Algoritm $\mu_m = \mu_{m+1}$ aniq qatlamlarning mavjudlik imkonini beradi, bu esa uni qo'llash imkoniyatini kengaytiradi.

Foydalanilgan adabiyotlar.

1. Янгибоев З.Ш. Одномерные обратные динамические задачи для уравнения SH волн в пористых средах с неизвестным источником. Дис-я. 2019 г. 113 с.
2. Imomnazarov Kh.Kh., Khujaev L.Kh., Yangiboev Z.Sh. The inverse problem for a system of poroelasticity equations: the case with an unknown Darcy time-dependent coefficient. // European Journal of Research 5(7), 2020, pp. 3-17. (3. Journal SJIF:6.22).
3. Янгибоев З.Ш. Об устойчивости одной обратной динамической задачи для уравнения SH волн в пористом полупространстве. //УзМУ хабарлари» 2012 г. №4. сс. 11-16.
4. Белишев М. И., Благовещинский А.С. Динамические обратные задачи теории волн. СПб. Изд-во СПб.ун-та. 1999. 234 с.
5. Имомназаров Х. Х., Имомназаров Ш. Х., Рахмонов Т. Т., Янгибоев З. Ш. Регуляризация в обратных динамических задачах для уравнения SH волн в пористой среде // Владикавказский математический журнал, 2013, т.15. №2. с. 46-58.
6. Жабборов Н.М., Имомназаров Х.Х. Некоторые начально-краевые задачи механики двухскоростных сред. Ташкент, 2012. 212с.
7. Blokhin A.M., Dorovsky V.N. Mathematical modelling in the theory of multivelocity continuum. –New York: Nova Science, 1995, 192p.

QOVUSHOQ - ELASTIK UCH QATLAMLI PLASTINKANING ERKIN TEBRANISH JARAYONIDA ASOSIY XOS CHASTOTASINI ANIQLASH

Saipnazarov J.M., Xo‘jayev L.H., Xujaqulov N.T., Baratov Sh.O.

QDTU dotsenti, f-m.f.f.d (PhD). jonibeksaipnazarov@gmail.com

QDTU dotsenti, f-m.f.f.d (PhD). lochintemur@gmail.com

QDTU assistenti xujaqulovnavruz1@gmail.com

QDTU talabasi shaxriyorbaratov23@gmail.com

Annotatsiya. Bu ishda to‘rtburchakli uch qavatli plastinkani erkin tebranishini ko‘rib chiqiladi. Plastinkaning to‘rtta burchaklari qo‘zgalmas sharnir bilan maxkamlangan bo‘lsin deb olingan. Plastinkaning tebranishlar tenglamasi variasion prinsip asosida olingan. Olingan tebranishlar tenglamasi analitik yechilib sonli natijalar olingan. Ishlab chiqilgan metodika asosida olingan sonli natijalar dasturiy ta‘minot asosida olingan natijalar bilan solishtirilgan.

Kalit so‘zlar: plastinka, erkin tebranish, sharnirli tayanch, variasion prinsip, chastota, konstruksiya, buralish, salqilik, dissipativ, relaksatsiya yadrosi, qovushoq – elastik.

KIRISH. Hozirgi kunda ko‘p qatlamli plastinkalar turli muhandislik sohalarida, jumladan mashinasozlik, qurilish, aviatsiya va kemasozlik sanoatlarida keng qo‘llanilmoqda. Bunday konstruksiyalar yengil vaznga ega bo‘lishi bilan birga yuqori mustahkamlik va barqarorlikni ta‘minlaydi. Ayniqsa, qovushoq-elastik materiallardan tashkil topgan uch qatlamli plastinkalar tebranishlarni so‘ndirish xususiyati bilan ajralib turadi. Shu sababli bunday konstruksiyalarning dinamik xususiyatlarini, xususan erkin tebranish jarayonidagi asosiy xos chastotalarini o‘rganish muhim ilmiy va amaliy ahamiyatga ega. Ko‘p qatlamli plastinkalarning tebranish jarayonlarini tadqiq qilish masalasi mexanika fanining dolzarb yo‘nalishlaridan biri hisoblanadi. Mazkur ishda to‘g‘ri to‘rtburchak shaklli uch qatlamli qovushoq-elastik plastinkaning erkin tebranish jarayoni ko‘rib chiqiladi va uning asosiy xos chastotasini aniqlash masalasi tadqiq etiladi. Tadqiqot jarayonida plastinkaning fizik-mexanik xossalari hamda qatlamlar o‘zaro ta’siri hisobga olinadi. Ushbu tadqiqotning maqsadi — to‘g‘ri to‘rtburchakli uch qatlamli qovushoq-elastik plastinkaning erkin tebranishidagi asosiy xos chastotasini aniqlash va uning dinamik

xususiyatlarini tahlil qilishdan iborat. Olingan natijalar ko'p qatlamli konstruksiyalarni loyihalash va ularning tebranish jarayonlarini baholashda muhim ahamiyat kasb etadi.

MASALANI QO'YILISHI VA YECHISH METODIKASI.

Plastinkani biror burchaklaridan birida biz OXY dekart koordinatalar sistemasini joylashtiramiz. O'lchamlari OX va OY o'qlari bo'ylab plastinkani mos ravishda a va b deb belgilangan tomonlarda yotadi. To'rtburchakli uch qavatli plastinkani erkin egilishdagi tebranishlarining variatsion tenglamasi ikkinchi bobdan kelib chiqsak quyidagicha bo'ladi. Normalni buralishini ham hisobga olsak variatsion tenglama quyidagicha bo'ladi [1,2]

$$\begin{aligned} \int_0^a \int_0^b L \delta w dx dy - \int_0^b [Q_x \delta w]_0^a dy - \int_0^a [Q_y \delta w]_0^b dx &= 0, \\ \int_0^a \int_0^b L_x \delta \theta_x dx dy - \int_0^b [M_x \delta \theta_x]_0^a dy - \int_0^a [M_{xy} \delta \theta_x]_0^b dx &= 0, \\ \int_0^a \int_0^b L_y \delta \theta_y dx dy - \int_0^b [M_{xy} \delta \theta_y]_0^a dy - \int_0^a [M_y \delta \theta_y]_0^b dx &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

bunda

$$\begin{aligned} L &= K_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + K_x \frac{\partial \theta_x}{\partial x} + K_y \frac{\partial \theta_y}{\partial y} + B_p \omega^2 w, \\ L_x &= -K_x \frac{\partial w}{\partial x} + D_{11} \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x^2} + D_{33} \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial y^2} - K_x \theta_x + (D_{12} + D_{33}) \frac{\partial^2 \theta_y}{\partial x \partial y}, \\ L_y &= -K_y \frac{\partial w}{\partial y} + D_{22} \frac{\partial^2 \theta_y}{\partial y^2} + D_{33} \frac{\partial^2 \theta_y}{\partial x^2} - K_y \theta_y + (D_{12} + D_{33}) \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x \partial y}, \\ Q_x &= K_x (\theta_x + \frac{\partial w}{\partial x}), \quad Q_y = K_y (\theta_y + \frac{\partial w}{\partial y}), \end{aligned}$$

Uch qatlamli plastinkaning asosiy chastotasini aniqlashning samarali usuli Galyorkinning taqribiy usulini qo'llashdan iborat. Buning uchun salqilik $w(x, y)$, $\theta_x(x, y)$, $\theta_y(x, y)$ – analitik ko'rinishdagi ifodalar bilan almashtirib olinadi OX, OY o'qlari bo'ylab

$$w = AU_x + BU_y + CU_x U_y, \quad \theta_x = DV_x + PV_x U_y, \quad \theta_y = FV_y + TV_x V_y \quad (2)$$

bu yerda A, B, C, D, F, P, T - noma'lum kattaliklar; U_x, V_x, U_y, V_y – approksimasiya qilingan funksiyalar bo'lib, quyidagi ko'rinishlarga ega

$$U_x(x) = \sin \lambda_1 x, V_x(x) = \cos \lambda_1 x, U_y(y) = \sin \lambda_2 y, V_y(y) = \cos \lambda_2 y, \\ \lambda_1 = \pi / a, \lambda_2 = \pi / b.$$

Oxirgi olingan funksiyalar variatsiyasi qo'yidagicha bo'ladi

$$\delta w = U_x \delta A + U_y \delta B_y + U_x U_y \delta C, \delta \theta_x = V_x \delta D + V_x U_y \delta P, \\ \delta \theta_y = V_y \delta F + U_x V_y \delta T \quad (3)$$

Ular bir jinsli algebraik tenglamalar sistemasini tashkil etadi. Bir jinsli algebraik tenglamalar sistemasi trivial bo'lmagan yechimga ega bo'lishi uchun asosiy aniqlovchisi nolga teng bo'lishi kerak. Bundan quyidagicha kubik tenglamani olamiz [3]:

$$\gamma_3 \Omega^3 + \gamma_2 \Omega^2 + \gamma_1 \Omega + \gamma_0 = 0.$$

Agar qovushoq elastik mexanik sistema o'rganilsa, u xolda kubik tenglama hadlari oldidagi koeffitsiyentlar $\gamma_0(\omega_R), \gamma_1(\omega_R), \gamma_2(\omega_R), \gamma_3(\omega_R)$ chastotani haqiqiy qismiga bog'liq bo'ladi. Bu yerda $\Omega = \omega^2$, $\omega = 2\pi f$, f – chastota bo'lib gs o'lchanadi. Bu ishlab chiqqan metodika bo'yicha birinchi asosiy chastota topiladi

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\sqrt[3]{12\gamma_3(3\gamma_1\gamma_2 - 9\gamma_0\gamma_3 + \sqrt{(12\gamma_1^3\gamma_3 - 3\gamma_1^2\gamma_2^2 - 54\gamma_3\gamma_2\gamma_1\gamma_0 = 81\gamma_0^2\gamma_3^2 + 12\gamma_2^3\gamma_0)) - 8\gamma_2^2}}}{16\gamma_3(12\gamma_1\gamma_3 + 4\gamma_2^2 - 2\gamma_2)}} - \frac{1}{2\gamma_3}}.$$

SONLI NATIJALAR VA TAHLILI.

Uch qatlamli qovushoq – elastik to'rtburchakli turli xil o'lchamdagi va qalinlikdagi plastinkalarni asosiy chastotasini topish bilan shug'ullanamiz. Tashqi qatlamli plastinkalarni parrametrlari quyidagicha:

$$E_x = 50 \text{ ГПа}, E_y = 50 \text{ ГПа}, G_{xy} = 21 \text{ ГПа}, G_{xz} = G_{yz} = 4 \text{ ГПа}, \\ \nu_{xy} = \nu_{yx} = 0.30, \rho = 1500 \text{ кг} / \text{м}^3$$

To'ldiruvchini fiziko – mexanik xususiyati quyidagicha:

$$G_{xz} = 400 \text{ МПа}, G_{yz} = 220 \text{ МПа}, \rho = 83 \text{ кг} / \text{м}^3.$$

Plastinkaning o'lchamlari quyidagicha $b = 1 \text{ m}$, $a = 0.5$; 1 ; 2 m .

1 –jadval.

Asosiy chastotani qalinligiga bog‘liq o‘zgarishi

h_0, m	$h_z(a=1, b=2)$	$h_z(a=1, b=2)$	$h_z(a=1, b=2)$	$h_z(a=1, b=2)$	$h_z(a=1, b=2)$	$h_z(a=1, b=2)$
	0.01m	0.05m	0.1m	0.01m	0.05m	0.1m
0.002	35,40323	115,8264	176,7201	29,7564	87,9423	146,0646
0.004	41,46511	150,1305	251,4235	32,8465	114,3162	178,0835

Tashqi qatlam qalinligi h quyidagicha 0.001 va 0.002, to‘ldiruvchini qalinligi 0.01, 0.05, 0.1m. Relaksatsiya yadrosi[4]: $R_k(t) = A_k e^{-\beta_k t} / t^{1-\alpha_k}$. Bu yadroning parametrlari $A = 0,048$, $\beta = 0,05$ va $\alpha = 0,1$ ga teng. Olingan sonli natijalar 1 jadvallarda keltirilgan. Ko‘rinib turibdiki ikki dasturiy ta‘minot asosida olingan chastotalarni haqiqiy qismlari orasidagi farq 15% farq bilan ustma ust tushar ekan. Bu ABACUS dasturiy ta‘minotini sonli yechish usuliga asoslanganligi bilan izohlanadi. Bu paragrafda asosan eng kichik kompleks chastotani haqiqiy va mavhum qismlarini topish metodikasi va natijalari keltirildi. Agar dissipativ bir jinsli mexanik sistema ko‘rilsa, u holda bu metodika (asosiy chastotani topish to‘liq mexanik sistemani holatini xarakterlab beradi. Agar mexanik sistema dissipativ bir jinsli bo‘lmasa, u holda boshqa yuqori chastotalar va ularni mavhum qismlarini ham tekshirish kerak bo‘ladi.

XULOSA

Mumkin bo‘lgan ko‘chish prinsipidan foydalanib erkin tebranishlarini ifodalovchi chiziqli xususiy hosilali integro - differensial tenglamalar sistemasi olindi. Ularni qanoatlantiruvchi chegaraviy va boshlang‘ich shartlar keltirildi. Masalalarning matematik qo‘yilishi, yechish metodikasi va algoritmi ishlab chiqildi. Ikki dasturiy ta‘minot asosida olingan chastotalarni haqiqiy qismlari orasidagi farq 15% farq bilan ustma ust tushishi aniqlandi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Reddy, J.N. A simple higher-order theory for laminated composite plates. J. Appl. Mech. 1984, 51, 745–752.

2. Саипназаров Ж.М., Распространение волн в двухслойной упругой среде Buxoro Davlat universiteti ilmiy axboroti 2024/9 (114). P.82-91
3. Monterrubio L. E., Ilanko S. Proof of convergence for a set of admissible functions for the Rayleigh – Ritz analysis of beams and plates and shells of rectangular planform // Computers & Structures. 2015. Vol. 147. 15 January. Pp. 236–243.
4. Narita Y. Polya counting theory applied to combination of edge conditions for generally shaped isotropic plates // EPI International Journal of Engineering. 2019. Vol. 2. No. 2. Pp.194–202.
5. Esanov N.K., Saipnazarov J.M., Almuratov SH.N., Ishmamatov M, Raxmonova G.X. Free Vibrations of a Spherical shell with a Pinched Edge. IV International Conference on Advances Scienc, Engeneering and Digital Education (29-31 May 2024).
6. Сафаров И.И., Эсанов Н.Қ., Саипназаров Ж.М., Халилов Ш.Ф., Колебания плоской вязкоупругой спиральной пружины Journal of Advances in Engineering Technology Vol.3(15), July – September, 2024

BIR O'ZGARUVCHILI ALGEBRAIK POLINOMLARNING XOSSALARI VA ULARNING QO'LLANILISHI

Jalilov Sh.S., Sattorov M.E. G'aniyev S.E.

QDTU assistenti. jalilovshaxriyor10@gmail.com

QDTU katta o'qituvchisi. mamadiyorsattorov29@gmail.com

QDTU talabasi. suxrobganiyev6@gmail.com

Annotatsiya. Maqolada bir o'zgaruvchili algebraik polinomlarning asosiy xossalari va ularning matematik tahlildagi o'rni o'rganiladi. Polinom tushunchasi, uning darajasi, koeffitsiyentlari hamda ildizlari o'rtasidagi bog'lanishlar tahlil qilinadi. Shuningdek, polinomlarning algebraik tenglamalarni yechishdagi ahamiyati va ularning turli matematik hamda amaliy masalalardagi qo'llanilishi yoritiladi. Ishda algebraik tushuncha bo'lgan $K[x_1, \dots, x_n]$ polinomial halqa va geometrik tushuncha bo'lgan affin ko'pxilliklar orasidagi bog'liqliklar o'rganilgan. Polinomial ideallar va affin ko'pxilliklar bilan bog'liq bo'lgan bi qator masalalar: $K[x_1, \dots, x_n]$ halqada idealning tavsiflanish masalasi, polinomial tenglamalarni yechilish masalalari to'liq yechimlari bilan birga berilgan. Tadqiqot natijalari polinomlar nazariyasining algebra va matematik analizdagi muhim o'rni ko'rsatadi hamda ularning ilmiy va amaliy ahamiyatini asoslaydi.

Kalit so'zlar: Polinom, algebraik polinom, bir o'zgaruvchili polinom, polinom darajasi, matematik analiz, koeffitsiyent, ildizlar, algebraik tenglama.

KIRISH. Algebra fanining muhim bo'limlaridan biri bo'lgan polinomlar nazariyasi matematik tadqiqotlarda alohida o'rin egallaydi. Bir o'zgaruvchili algebraik polinomlar matematik analiz, algebraik tenglamalar nazariyasi hamda matematik modellashtirishda keng qo'llaniladi. Polinomlar yordamida turli matematik funksiyalarni yaqinlashtirish, tenglamalarni yechish hamda ko'plab nazariy masalalarni tahlil qilish mumkin.

Bir o'zgaruvchili polinomlarning tuzilishi, ularning darajasi, koeffitsiyentlari va ildizlari o'rtasidagi bog'lanishlar algebra fanining muhim masalalaridan biri hisoblanadi. Ushbu maqolada bir o'zgaruvchili algebraik polinomlarning asosiy xossalari, ularning matematik tahlildagi o'rni hamda ayrim amaliy masalalardagi qo'llanilishi ko'rib chiqiladi.

Ushbu maqolada bir o'zgaruvchili polinomlar, polinomial ideallar va bir qator masalalarni: $K[x_1, \dots, x_n]$ halqada idealning tavsiflanish masalasini, idealga tegishlilik masalasi, polinomial tenglamalarni yechilish masalalari to'liq yechimlari bilan birga beriladi.

MASALANING QO'YILISHI VA YECHIMI

1-ta'rif. Ushbu

$$f = a_0x^m + a_1x^{m-1} + \dots + a_m,$$

ifodaga koeffitsientlari k maydondan olingan *bir o'zgaruvchili polinom* deyiladi, bunda $a_i \in k$ va $a_0 \neq 0$ ($\deg(f)=m$). Barcha bir o'zgaruvchili polinomlar to'plamini $k[x]$ orqali belgilaymiz. Ushbu $a_0x^m - f$ polinomning *eng katta hadi deyiladi* va $LT(f) = a_0x^m$ kabi belgilanadi («LT» -ingliz tilidagi «leadingterm» so'zlarining bosh harflari).

1-misol: $f = 21x^5 - 6x - 5$, polinomni olsak, $LT(f) = 21x^5$ bo'ladi.

Agar f va g – nolmas polinomlar bo'lib, $\deg(f) \leq \deg(g)$ bo'lsa $LT(g), LT(f)$ ga qoldiqsiz bo'linadi.

Endi biz $k[x]$ da qoldikli bo'linish algoritimini bersak bo'ladi.

1-tasdiq. (bo'linish algoritmi). $g \in k[x]$ – nolmas polinom bo'lsin. U holda istalgan $f \in k[x]$ polinomni quyidagicha $f = qg + r$,

ifodalab olishimiz mumkin, bunda $q, r \in k[x]$ va $r = 0$, yoki $\deg(r) < \deg(g)$ bo'ladi. Endi esa q va r larni hisoblash algoritmini beramiz.

Mana shu algoritm q va r larni hisoblashning, psevdokodlarda yozilishi:

kirish: g, f

Chiqish: q, r

$q := 0; r := f$

WHILE $r \neq 0$ AND $LT(g)$ делит $LT(r)$ DO

$g := q + LT(r)/LT(g)$

$r := r - (LT(r)/LT(g))g$

Ushbu algoritm yordamida topiladigan r qoldiq va q to'liqsiz bo'linma bir qiymatli aniqlanadi.

1-natija. $f \in k[x]$ – nolmas polinom bo'lsin. U holda f, k da kamida $\deg(f)$ ta ildizga ega bo'ladi.

1.4.tasdiqda $k[x]$ dagi .

1-natija. k – maydon va $f \in k[x]$ bo'lsin. U holda $k[x]$ dagi har bir ideal $< f >$ orqali ifodalanadi. Bundan tashqari fk maydondan olingan nolmas o'zgarmas songa ko'paytirishdan hosil qilinishi mumkin.

Agar ideal, bitta elementdan yasalgan bo'lsa, unga *bosh ideal* deyiladi. 1.3-natijadan ko'rinadiki $k[x]$ to'plamni *bosh ideallar sohasi* deb aytishimiz mumkin.

2-ta'rif. $f, g \in k[x]$ polinomlarning eng katta umumiy bo'luvchisi deb shunday h polinomga aytiladiki agar quyidagi shartlar bajarilsa:

1. f va g lar h ga bo'linsa;

2. agar f va g qandaydir p -bo'linsa, u holda hp ga bo'linadi;

f va g polinomlarning eng katta umumiy bo'luvchi $\text{GCD}(f, g)$ kabi belgilanadi (GCD belgilash ingliz tilidagi "greatestcommondivisor" so'zlarining bosh harflaridan olingan).

Keying tasdiqda GCD ning assosiy xossalari keltiramiz.

1.2-tasdiq. $f, g \in k[x]$ bo'lsin. U holda

1. $\text{GCD}(f, g)$ mavjud va u yagona k da ;

2. $\text{GCD}(f, g)$, $< f, g >$ idealni hosil qiladi;

3. $\text{GCD}(f, g)$ ni hisoblash algoritmi bor.

Daslab quyidagi ta'rifni berishimiz zarur. Ushbu $f, g \in k[x]$, $g \neq 0$ bo'lsin, f ni $f = qg + r$, ko'rinishida yozib olamiz, bunda q va r lar 1.4.tasdiqdagi shartlarni qanoatlantiradi. U holda r ga f ni g ga bo'lgandagi *qoldiq* deb ataymiz. (biz $r = \text{qoldiq}(f, g)$ kabi yozishimiz mumkin). Endi biz Evklid algoritmini berishimiz mumkin:

Kirish: f, g

Chiqish: h

$$h:=f$$

$$s:=g$$

WHILE $s \neq 0$ DO

$$\text{rem}:=\text{qoldiq}(h,s)$$

$$h:=s$$

$$s:=\text{rem}$$

Evklid algoritmini ishlash prosesini quyidagi misolda ko'rib chiqishimiz mumkin.

2-misol. $\text{GCD}(x^2 - 4, x^4 - 16)$?.

$$x^2 - 4 = 0(x^4 - 16) + x^2 - 4,$$

$$x^4 - 16 = x^2(x^2 - 4) + 4x^2 - 16,$$

$$x^2 - 4 = 1/4(4x^2 - 16) + 0.$$

Bo'linmalarni quyidagicha yozishimiz mumkin.

$$\text{GCD}(x^2 - 4, x^4 - 16) = \text{GCD}(x^4 - 16, x^2 - 4) = \text{GCD}(x^2 - 4, x^2 - 4) =$$

$$\text{GCD}(x^2 - 4, 0)$$

Bundan $\text{GCD}(x^4 - 4, x^6 - 16) = x^2 - 4$ ekanligini olamiz. GCD hisoblash bizga $\langle x^4 - 4, x^6 - 16 \rangle$, idealning yasovchisini aniqlash imkonini beradi ya'ni $\text{GCD}(x^4 - 4, x^6 - 16) = x^2 - 4$, bundan $\langle x^4 - 4, x^6 - 16 \rangle = \langle x^2 - 4 \rangle$ ekanligi kelib chiqadi.

Quyidagicha savol tug'ilishi tabiiy: ideal uchta yoki undan ko'p sondagi polinomlardan tuzilgan bo'lsachi? Unda biz bir nechta sondagi polinomlar uchun bo'linish algoritimini berishimizga to'g'ri keladi.

3-ta'rif. Ushbu $f_1, f_2, \dots, f_s \in k[x]$ polinomlarning eng katta umumiy bo'luvchisi deb quyidagi shartlarni qanoatlantiradigan h polinomga aytiladi

1. h polinom $f_1, f_2, \dots, f_s$ larning har birini bo'ladi;
 2. agar p –qandaydir polinom va $f_1, f_2, \dots, f_s$, lar p ga bo'linsa unda h p ga bo'linadi.
- $f_1, f_2, \dots, f_s \in k[x]$ larning eng katta umumiy bo'luvchisi h $\text{GCD}(f_1, f_2, \dots, f_s)$ orqali belgilanadi.

Keyingi tasdiqda GCD ning assosiy xossalarini keltiramiz

3-tasdiq. Ushbu $f_1, f_2, \dots, f_s \in k[x], s \geq 2$ lar berilgan bo'lsin. U holda

1. $\text{GCD}(f_1, f_2, \dots, f_s)$ mavjud va *определен однозначно с точностью до умножения на ненулевую константу из k* ;
2. $\text{GCD}(f_1, f_2, \dots, f_s), \langle f_1, f_2, \dots, f_s \rangle$ idealni tashkil qiladi;
3. agar $s \geq 3$, bo'lsa $\text{GCD}(f_1, f_2, \dots, f_s) = \text{GCD}(f_1, \text{GCD}(f_2, \dots, f_s))$ tenglikdan foydalaniladi;
4. $\text{GCD}(f_1, f_2, \dots, f_s)$ ni hisoblash algoritimi mavjud.

Masalan, f_1, f_2, f_3, f_4 larning eng katta umumiy bo'luvchisini hisoblash uchun, $\text{GCD}(f_1, f_2, f_3, f_4) = \text{GCD}(f_1, \text{GCD}(f_2, f_3, f_4)) = \text{GCD}(f_1, \text{GCD}(f_2, \text{GCD}(f_3, f_4)))$ tengliklardan foydalanamiz. Boshqacha aytganda f_1, f_2, f_3, f_4 larning eng katta umumiy bo'luvchisini hisoblash uchun uch marta Evklid algoritmidan foydalanamiz.

3-misol. $\text{GCD}(x^3 - 8, x^2 - 4, x^4 - 16)?$.

Hisoblashda, $\text{GCD}(x^3 - 8, x^2 - 4, x^4 - 16) = \text{GCD}(x^3 - 8, \text{GCD}(x^2 - 4, x^4 - 16)) = \text{GCD}(x^3 - 8, x^2 - 4) = x - 2$, bundan,

$\langle x^3 - 8, x^2 - 4, x^4 - 16 \rangle = \langle x - 2 \rangle$ ekanligi kelib chiqadi.

Biz yuqorida $k[x]$ da berilgan $\langle f_1, f_2, \dots, f_s \rangle$, $f_1, f_2, \dots, f_s \in k[x]$ idealning yasovchilarini topish algoritmini qarab chiqdik.

XULOSA

Ushbu maqolada o'zgaruvchili algebraik polinomlarning nazariy asoslari, hujjat tuzilishi hamda asosiy xossalari ilmiy tahlil natijalari. Tadqiqot jarayonida polinom jihati, uning darajasi, koeffitsiyentlari va manbalari o'zining umumiy o'zaro bog'liqlik masalalari yoritildi, bir o'zgaruvchili polinomlarning algebraik tenglamalarini yechishdagi ahamiyati hamda matematik tahlilda tutgan o'rni ko'rib chiqildi.

Natijalar shuni ko'rsatadiki, polinomlar algebra fanining hisob-kitoblaridan biri bo'lib ular ko'plab matematik jarayonlarni ifodalash va tahlil qilishda muhim vosita hisoblanadi. Bir o'zgaruvchili polinomlar yordamida funktsiyalarni yaqinlashtirish, tenglamalarni yechish hamda turli matematik modellarni qurish mumkin.

Olib borilgan tadqiqotlar bir o'zgaruvchili polinomlarning matematik tahlildagi muhim o'rnini yana bir bor tasdiqlaydi. Kelgusida ushbu yo'nalishdagi ilmiy izlanishlar polinomlar nazariyasining rivojlanishiga, matematik modellashtirish va amaliy masalalarni yechishda yangi usullarni ishlab chiqishga xizmat qiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Adams W., Loustaunan P. (1994), AnIntroduction to Groebner Bases, Graduate Studias in Mathematics, 3 Amer. Soc. Providence.
2. Dube T.W. (1990) The structure of polynomial ideals and Groebner bases, SIAM J.Comput., 19. 750-755.
3. Аржанцев И.В. Базисы Грёбнера и системы алгебраических уравнений// М. Ж. МЦНМО, 2003.
4. Бухбергер Б. Алгоритмический метод в теории полиномиальных идеалов// Компьютерная алгебра. Символика и алгебраические вычисления. М.: Мир, 1986.
5. Ван дер Варден Б.Л. Алгебра. – М.:Наука,1979.
6. Говорухин В., Цибулин П., Компьютер в математическом исследовании. – С-Питербург, Питер, 2002.
7. Давенпорт Дж., Сире Й., Турнье Е. Компьютерная алгебра. – М.: Мир,1991.
8. Кириенко Денис Павлович, Система компьютерной алгебры Maple, Среднее общеобразовательная школа №179 МИОО, г.Москва.

YUQORI TARTIBLI O'ZGARMAS KOEFFITSIYENTLI BIR JINSLI BO'LMAGAN CHIZIQLI DIFFERENSIAL TENGLAMALAR.

Sattorov M.E., Jalilov Sh.S.

QDTU katta o'qituvchisi. mamadiyorsattorov29@gmail.com

QDTU assistenti. jalilovshaxriyor10@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu maqolada yuqori tartibli o'zgarmas ko'effitsiyentli bir jinsli bo'lmagan chiziqli differensial tenglamalarning nazariy asoslari va ularni yechish usullari o'rganiladi. Ushbu turdagi tenglamalarni yechishda mos bir jinsli tenglamaning umumiy yechimini aniqlash, xarakteristik tenglama usulidan foydalanish hamda xususiy yechimni topish metodlari tahlil qilinadi. Shuningdek, maqolada differensial tenglamalarning amaliy masalalarni modellashtirishdagi o'rni ko'rsatilib, ayrim misollar orqali ularning tatbiqi yoritiladi. Olingan natijalar matematik modellashtirish, fizika va texnika sohalaridagi jarayonlarni tahlil qilishda muhim ahamiyat kasb etadi.

Kalit so'zlar: Differensial tenglama, chiziqli differensial tenglama, bir jinsli bo'lmagan tenglama, o'zgarmas ko'effitsiyentlar, yuqori tartibli tenglamalar, xarakteristik tenglama, umumiy yechim, xususiy yechim, matematik modellashtirish.

KIRISH. Hozirgi zamon matematika va uning amaliy tatbiqlarida differensial tenglamalar muhim o'rin egallaydi. Turli tabiiy jarayonlar, texnik tizimlar hamda iqtisodiy modellarni tavsiflashda yuqori tartibli differensial tenglamalardan keng foydalaniladi. Ayniqsa, o'zgarmas ko'effitsiyentli bir jinsli bo'lmagan chiziqli differensial tenglamalar ko'plab fizik va muhandislik masalalarini modellashtirishda muhim ahamiyatga ega. Bunday tenglamalar mexanika, elektrotexnika, tebranish jarayonlari, signal uzatish tizimlari va boshqa ko'plab sohalarda uchraydi.

Yuqori tartibli o'zgarmas ko'effitsiyentli bir jinsli bo'lmagan chiziqli differensial tenglamalarni yechishda ularning mos bir jinsli tenglamasining umumiy yechimini topish, xarakteristik tenglama usulidan foydalanish hamda xususiy yechimni aniqlash muhim bosqich hisoblanadi. Mazkur maqolada ushbu turdagi differensial tenglamalarning nazariy asoslari, ularni yechish usullari hamda ayrim amaliy misollar orqali tatbiqlari ko'rib chiqiladi.

MASALANING QO'YILISHI, YECHIMI VA TAHLILI. Ikkinchi tartibli o'zgarmas ko'effitsiyentli chiziqli bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamalar . Bunday tenglama

$$y'' + py' + gy = f(x) \quad (1)$$

ko'rinishda bo'lib, bu yerda p, g o'zgarmas ko'effitsiyentlar, $f(x)$ berilgan uzluksiz funksiya.

Chiziqli bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamaning umumiy yechimi, bunday tenglamaning birorta xususiy yechimi va unga mos bir jinsli tenglamaning umumiy yechimi yig'indisidan iborat bo'ladi, ya'ni $\bar{y}$ bir jinsli tenglamaning umumiy yechimi y_1 bir jinsli bo'lmagan tenglamaning xususiy yechimi bo'lsa, umumiy yechimi

$$y(x) = \bar{y}(x) + y_1(x) \quad (2)$$

ko'rinishda bo'ladi. Bu fikrga (2) yechimni (1) tenglamaga qo'yib, (1) tenglamaga mos bir jinsli tenglamaning umumiy yechimi $\bar{y}(x)$ ni topishni yuqorida o'rgandik. Endigi vazifa bir jinsli bo'lmagan tenglamaning birorta xususiy yechimini topishdan iborat bo'ladi. (1) tenglamada $f(x)$ funksiya:

1) $f(x) = e^{\alpha x} P(x)$, bu yerda $P_n(x)$ n – darajali ko'p had;

2) $f(x) = a \cos \beta x + b \sin \beta x$ ko'rinishda bo'lganda xususiy yechimni topish masalasini qaraymiz.

Birinchi holda xususiy yechimni $y_1(x) = x^k e^{\alpha x} Q_n(x)$ ko'rinishda izlaymiz, bu yerda k xarakteristik tenglama ildizlarining α ga teng bo'lganlari soni (0,1,2 bo'lishi mumkin), $Q_n(x), P_n(x)$ bilan bir xil darajali, lekin aniqmas ko'effitsiyentli ko'phad. U holda bir necha misollar qaraymiz.

Misol. $y'' + 2y' - 3y = e^{2x}(25x^2 - 47)$ tenglamaning umumiy yechimini toping.

Yechish. Oldin berilgan tenglamaga mos bir jinsli tenglamaning umumiy yechimini topamiz: bir jinsli tenglama $y'' + 2y' - 3y = 0$ bo'lib, uning xarakteristik tenglamasi $r^2 + 2r - 3 = 0$ bo'ladi. Uning ildizlari

$$r_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 3}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2}, \quad r_1 = -3, \quad r_2 = 1$$

bo'lib, bir jinsli tenglamaning umumiy yechimi $\bar{y} = C_1 e^{-3x} + C_2 e^x$ bo'ladi.

Endi berilgan birjinsli bo'lmagan tenglamaning xususiy yechimini topamiz: Uni e^{2x} funksiya va berilgan ko'phad darajasi bilan bir xil ko'phad, lekin aniqmas koeffitsiyentli ko'phad ko'paytmasi ko'rinishida izlaymiz. Shunday qilib, xususiy yechim

$$y_1(x) = e^{2x}(Ax^2 + Bx + C)$$

ko'rinishda bo'ladi. Endi aniqmas A , B va C koeffitsiyentlarni topish lozim. Shartga ko'ra $y_1(x)$ berilgan tenglamani qanoatlantirishi kerak.

Buning uchun

$$y_1(x) = e^{2x}(Ax^2 + Bx + C), \quad y_1'(x) = e^{2x}(Ax^2 + Bx + C) + e^{2x}(2Ax + B),$$

$$y_1''(x) = 4e^{2x}(Ax^2 + Bx + C) + 2e^{2x}(2Ax + B) + e^{2x} \cdot 2A$$

larni berilgan tenglamaga qo'yib,

$$e^{2x}[2A + 6(2Ax + B) + 5(Ax^2 + Bx + C)] = e^{2x}(25x^2 - 47) \text{ tenglikni hosil qilamiz. Oxirgi}$$

tenglikni e^{2x} ga bo'lsak,

$$5Ax^2 + (12A + 5B)x + 2A + 6B + 5C = 25x^2 - 47$$

bo'ladi.

$y_1(x) = e^{2x}(Ax^2 + Bx + C)$ berilgan tenglamaning yechimi bo'lishi uchun oxirgi tenglamadagi bir xil darajali x lar koeffitsiyentlari o'zaro teng bo'lishi kerak, ya'ni

$$\begin{cases} 5A = 25, \\ 12A + 5B = 0, \\ 2A + 6B + 5C = 47. \end{cases}$$

uchta noma'lum koeffitsiyentlarga nisbatan uchta chiziqli tenglamalar sistemasini hosil qildik. Bu sistemani yechsak $A = 5$, $B = -12$, $C = 3$ bo'ladi.

Demak, $y_1(x) = e^{2x}(5x^2 - 12x + 3)$ berilgan tenglamaning xususiy yechimi bo'ladi.

Berilgan tenglamaning umumiy yechimi (2) formulaga asosan

$$y = \bar{y} + y_1 = C_1 e^{-3x} + C_2 e^x + e^{2x} (5x^2 - 12x + 3)$$

bo'ladi.

Yuqoridagidek xususiy yechimni topishga *aniqmas koeffitsiyentlar usuli* deyiladi.

Misol.

$$y'' - 4y' = 3x^2$$

tenglamaning umumiy yechimini toping.

Yechish:

$$r^2 - 4r = 0$$

bo'lib, $r_1 = 0$; $r_2 = 4$ uning ildizlari bo'ladi va bir jinsli tenglamaning umumiy yechimi

$$\bar{y}(x) = C_1 e^{0x} + C_2 e^{4x} = C_1 + C_2 e^{4x}$$

bo'ladi. Berilgan tenglamaning o'ng tomoni $3e^{0x}x^2$ bo'lib, $\alpha = 0$ va nol xarakteristik tenglamaning ildizi bo'lganligi uchun xususiy yechimi

$$y_1(x) = e^{0x}x(Ax^2 + Bx + C) = Ax^3 + Bx^2 + Cx$$

ko'rinishda bo'ladi.

$$y_1'(x) = 3Ax^2 + 2Bx + C, \quad y_1''(x) = 6Ax + 2B$$

bularni berilgan tenglamaga qo'ysak,

$$-12Ax^2 + (6A - 8B)x + 2B - 4C = 3x^2$$

tenglama hosil bo'ladi. Bir xil darajali x lar koeffitsiyentlarini tenglashtirib,

$$\begin{cases} -12A = 3, \\ 6A - 8B = 0, \\ 2B - 4C = 0. \end{cases}$$

tenglamalar sistemasini olamiz. Bundan

$$A = -\frac{1}{4}, \quad B = -\frac{3}{16}, \quad C = -\frac{3}{32}$$

bo'ladi. Shunday qilib, xususiy yechimi

$$y_1(x) = -\frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{16}x^2 - \frac{3}{32}x$$

bo‘lib, umumiy yechimi

$$y(x) = C_1 + C_2 e^{4x} - \frac{1}{4}(x^3 + \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{8}x)$$

bo‘ladi.

2) $f(x) = a \cos \beta x + b \sin \beta x$ bo‘lganda xususiy yechimi

$$y_1(x) = (A \cos \beta x + B \sin \beta x)x^k$$

ko‘rinishda bo‘lib, k xarakteristik tenglama ildizlarining $i\beta$ ga teng bo‘lganlarining soni.

Misol. $y'' + y = \sin x$ tenglamaning umumiy yechimini toping.

Yechish: Xarakteristik tenglama $r^2 + 1 = 0$ bo‘lib, ildizlari

$$r_{1,2} = \pm \sqrt{-1} = \pm i$$

bo‘ladi. $\beta = 1$; $i\beta = i$ bo‘lganligi uchun $k = 1$, ya‘ni xususiy yechimini

$$y_1(x) = (A \cos x + B \sin x)x^1$$

ko‘rinishda izlaymiz. A va B aniqmas koeffitsiyentlar. Bu funksiyaning birinchi va ikkinchi tartibli hosilalarini topib,

$$y_1'(x) = (A \cos x + B \sin x)x + A \cos x + B \sin x = (A + Bx) \cos x + (B - Ax) \sin x$$

$$y_1''(x) = B \cos x - A \cos x - Bx \sin x - A \sin x + B \cos x - Ax \cos x = (2B - Ax) \cos x + (-2A - Bx) \sin x$$

berilgan tenglamaga qo‘ysak,

$$(2B - Ax) \cos x + (2A - Bx) \sin x + Ax \cos x + Bx \sin x = \sin x \quad \text{yoki}$$

$$2B \cos x + (-2A) \sin x = \sin x$$

hosil bo‘ladi. Oxirgi tenglikdan

$$\begin{cases} 2B = 0, \\ -2A = 1 \end{cases}$$

va $B = 0$, $A = -\frac{1}{2}$ bo‘lib, xususiy yechimi

$$y_1(x) = -\frac{x}{2} \cos x$$

bo‘ladi.

Bir jinsli tenglamaning umumiy yechimi

$$\bar{y}(x) = C_1 \cos x + C_2 \sin x$$

bo'lganligi uchun, berilgan tenglamaning umumiy yechimi

$$y(x) = \bar{y}(x) + y_1(x) = C_1 \cos x + C_2 \sin x - \frac{x}{2} \cos x$$

bo'ladi.

Misol.

$$y'' + 4y' + 5y = 2 \cos x - \sin x$$

differensial tenglamaning

$$y(0) = 1, \quad y'(0) = 2$$

boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy yechimini toping.

Yechish. Oldin berilgan tenglamaning umumiy yechimini topamiz.

$$y'' + 4y' + 5y = 0$$

tenglamaning xarakteristik tenglamasi $r^2 + 4r + 5 = 0$ bo'lib, uning ildizlari $r_1 = -2 - i$;

$r_2 = -2 + i$ bo'ladi. Bir jinsli tenglama umumiy yechimi

$$\bar{y}(x) = e^{-2x} (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$$

bo'ladi.

Endi berilgan tenglamaning biror xususiy yechimini topamiz: uni

$$y_1(x) = A \cos x + B \sin x$$

ko'rinishda izlaymiz.

$y'(x)$, $y''(x)$ hosilalarni topib berilgan tenglamaga qo'ysak,

$$(4A + 4B) \cos x + (4B - 4A) \sin x = 2 \cos x - \sin x$$

bo'lib, $\cos x$ va $\sin x$ lar koeffitsiyentlarini tenglashtirib,

$$\begin{cases} 4A + 4B = 2 \\ 4B - 4A = -1 \end{cases}$$

tenglamalar sistemasini hosil qilamiz, bundan $A = \frac{3}{8}$, $B = \frac{1}{8}$ ekanligini aniqlab, xususiy

yechimini topamiz.

$$y_1(x) = \frac{3}{8} \cos x + \frac{1}{8} \sin x$$

Berilgan tenglamaning umumiy yechimi

$$y(x) = \bar{y}(x) + y_1(x) = e^{-2x}(C_1 \cos x + C_2 \sin x) + \frac{3}{8} \cos x + \frac{1}{8} \sin x$$

bo'ladi.

Endi berilgan boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy yechimni aniqlaymiz, ya'ni boshlang'ich shartlar berilganda Koshi masalasining yechiminitopamiz: Umumiy yechimdan hosila

$$y'(x) = -2e^{-2x}(C_1 \cos x + C_2 \sin x) + e^{2x}(-C_1 \sin x + C_2 \cos x) - \frac{3}{8} \sin x + \frac{1}{8} \cos x$$

bo'ladi va boshlang'ich shartlardan foydalanib,

$$1 = \frac{3}{8} + C_1, \quad 2 = \frac{1}{8} - 2C_1 + C_2$$

C_1 va C_2 noma'lumlarga nisbatan tenglamalar sistemasini hosil qilamiz, bundan $C_1 = \frac{5}{8}$, $C_2 = \frac{25}{8}$.

Shunday qilib, berilgan tenglamaga qo'yilgan Koshi masalasining yechimi

$$y(x) = e^{-2x}\left(\frac{5}{8} \cos x + \frac{25}{8} \sin x\right) + \frac{3}{8} \cos x + \frac{1}{8} \sin x \text{ ga teng bo'ladi}$$

XULOSA

Mazkur maqolada yuqori tartibli o'zgaras koeffitsiyentli bir jinsli bo'lmagan chiziqli differensial tenglamalarning nazariy asoslari va ularni yechish usullari tahlil qilindi. Tadqiqot jarayonida ushbu turdagi tenglamalarni yechishda avvalo mos bir jinsli tenglamaning umumiy yechimini aniqlash, so'ngra xususiy yechimni topish orqali umumiy yechimni hosil qilish muhimligi ko'rsatib berildi.

Olib borilgan tahlillar shuni ko'rsatdiki, yuqori tartibli o'zgaras koeffitsiyentli bir jinsli bo'lmagan chiziqli differensial tenglamalar turli tabiiy va texnik jarayonlarni matematik modellashtirishda muhim ahamiyatga ega. Ushbu tenglamalarni yechish usullarini chuqur o'rganish va takomillashtirish mexanika, fizika, elektrotexnika hamda boshqa amaliy fanlarda yuzaga keladigan murakkab jarayonlarni tahlil qilish imkonini beradi.

Differensial tenglamalar nazariyasining yo‘nalishidagi tadqiqotlar matematik modellashtirishning rivojlanishiga hamda turli ilmiy-amaliy masalalarni yechishda samarali vosita bo‘lib xizmat qiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. Claudio Canuto, Anta Tabacco. Mathematical Analysis I, (II). Springer-Verlag, Italia, Milan, 2008-yil (2015-yil).
2. B.A.Xudayarov Matematika. I-qism. Chiziqli algebra va analitik geometriya. Toshkent, “Fan va texnologiya”, 2018-yil. 284 bet.
3. B.A.Xudayarov “Matematikadan misol va masalalar to‘plami” Toshkent “O‘zbekiston” 2018-yil. 304 bet.
4. E.F.Fayziboev, Z.I.Suleymenov, B.A.Xudayarov “Matematikadan misol va masalalar to‘plami”, Toshkent, “O‘qituvchi” 2005-yil. 254 bet.
5. F.Rajabov va boshqalar. “Oliy matematika”, Toshkent “O‘zbekiston” 2007-yil. 400 bet.
6. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining “Matematika sohasidagi ta’lim sifatini oshirish va ilmiy tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to‘g‘risida” 2020-yil 7-maydagi PQ-4708-son qarori. Lex.uz

TOLDOSHLAR OILASIGA MANSUB DARAXTLARDA SO'RUUVCHI ZARARKUNANDALARGA QARSHI KURASH CHORALARI

G'ayrataliyeva Shaxzoda Elyor qizi

Andijon davlat universiteti. gayrataliyevashaxzoda@gmail.com

Annotatsiya. Maqolada toldoshlar oilasiga mansub tol va teraklarda uchraydigan asosiy so'ruvchi zararkunandalar, ularning zarar belgilari va integrallashgan kurash choralari yoritildi.

Kalit so'zlar. toldoshlar oilasi, Salicaceae, tol, terak, so'ruvchi zararkunandalar, shira, qalqondor, barg burgasi, kana, integrallashgan kurash

KIRISH. Toldoshlar oilasi (Salicaceae) tarkibiga asosan tol (Salix) va terak (Populus) turkumlari kiradi. Ushbu daraxtlar tez o'sishi, atrof-muhitni yaxshilashdagi o'rni, shamolpanjara hosil qilishi, eroziyaga qarshi xizmat qilishi va yog'och xomashyosi sifatidagi qiymati bilan amaliyotda keng qo'llanadi. Shahar ko'kalamzorlashtirish, yo'l bo'ylari, kanal va ariq qirg'oqlarini mustahkamlash, park va himoya o'rmonzorlari barpo etishda ham toldoshlar oilasiga mansub turlar alohida ahamiyatga ega .

Bu daraxtlar nisbatan tez o'suvchi va shirali to'qimalarga ega bo'lgani sababli ularning vegetativ organlarida o'simlik shirasi bilan oziqlanuvchi zararkunandalar tez ko'payadi. So'ruvchi zararkunandalar barg, kurtak, yosh novda va po'stloq parenximasidan oziqlanib, daraxtning fiziologik jarayonlarini izdan chiqaradi. Natijada barglarda xloroz, mo'rtlashish, qiyshayish, buralish, sarg'ayish va erta to'kilish kuzatiladi; o'sish sur'ati pasayadi, yosh ko'chatlarda esa rivojlanishdan orqada qolish yuz beradi.

So'ruvchi guruhga kiruvchi zararkunandalar orasida shiralar, qalqondorlar, barg burgalari hamda o'rgimchakkanalar va eriofid kanalar alohida xavf tug'diradi. Ularning ko'pchiligi kichik o'lchamli bo'lgani uchun dastlabki bosqichda ko'zga tashlanmaydi, ammo qulay iqlim va oziqa sharoitida koloniyalar hosil qilib, qisqa muddatda katta zarar yetkazadi. Ayrim turlarda ajralib chiqadigan shirin suyuqlik barg yuzasida yopishqoq qatlam hosil qilib, qurum zamburug'lari rivojlanishi uchun sharoit yaratadi .

Hozirgi vaqtda zararkunandalarga qarshi kurashda faqat bir usulga tayanish yetarli emas. Kimyoviy preparatlarning samarasiz yoki keraksiz qo'llanishi foydali entomofaunaga zarar yetkazishi, rezistent populyatsiyalar shakllanishi va ekologik xavflarni kuchaytirishi mumkin. Shu sababli toldoshlar oilasiga mansub daraxtlarni himoya qilishda monitoring, agrotexnika, sanitariya, biologik usullar va zarur holatda maqsadli kimyoviy ishlovni birlashtirgan integrallashgan yondashuv eng maqbul hisoblanadi.

Mazkur maqolaning maqsadi toldoshlar oilasiga mansub daraxtlarda uchraydigan asosiy so'ruvchi zararkunandalarni umumlashtirib tavsiflash, ularning zarar mexanizmi va tashqi belgilarini tahlil qilish hamda amaliyot uchun qulay bo'lgan kurash choralarini tizimli ko'rinishda bayon etishdan iborat.

ADABIYOTLAR TAHLILI VA USULLAR. Mavzu bo'yicha mavjud adabiyotlar tahlili shuni ko'rsatadiki, poplar va tol ekinlarida uchraydigan zararli hasharotlar orasida so'ruvchi guruhlar ko'p uchraydi va plantatsiyaning yoshiga, iqlimga hamda agrofon holatiga qarab iqtisodiy zararlilik darajasi o'zgaradi. FAO nashrida poplar va tollarga zarar yetkazuvchi xalqaro ahamiyatdagi ko'plab hasharotlar ichida shiralar va boshqa sap-sucking guruhlar alohida ko'rsatilgan. USDA qo'llanmasida esa poplarlarda hasharot, kasallik va hayvonlar keltiradigan zararning identifikatsiyasi bilan birga, erta tashxis va profilaktik choralar muhimligi ta'kidlangan.

Universitet extension manbalarida so'ruvchi zararkunandalarning umumiy biologiyasi, teshuvchi-so'ruvchi og'iz apparati, kolonial rivojlanishi hamda barg to'qimalaridagi tipik simptomlar tavsiflangan. Xususan, shiralar, qalqondorlar va kanalar ko'pincha bargning orqa tomonida, yosh novdalar uchida yoki po'stloq osti yaqinida joylashib, ko'payishning ma'lum davrlarida juda tez son orttirishi qayd etiladi. Eriofid kanalar esa mikroskopik o'lchamda bo'lib, bargning buralishi, pufaklanishi, russetlanishi va deformatsiyasi bilan namoyon bo'ladi.

Tadqiqot usuli sifatida qiyosiy-tahliliy, tavsifiy va umumlashtiruvchi yondashuvlardan foydalanildi. Dastlab toldoshlar oilasining amaliy jihatdan muhim vakillari - tol va terak - bo'yicha so'ruvchi zararkunandalar guruhleri ajratildi. Keyin

zararning tashqi alomatlari, rivojlanishiga qulay omillar, tabiiy kushandalar va kurash usullari bo'yicha manbalardagi ma'lumotlar o'zaro solishtirildi. Shundan so'ng, amaliyotga mos integrallashgan himoya sxemasi ishlab chiqildi.

Ushbu maqola laboratoriya tajribasi natijalarini emas, balki ilmiy adabiyotlar hamda amaliy qo'llanmalardagi ma'lumotlarni tizimlashtiruvchi sharh-xarakterdagi tahliliy ishni ifodalaydi. Shu bois matnda berilgan tavsiyalar asosan dala kuzatuv, o'simlik fenologiyasi va zararkunandalar biologiyasini hisobga olgan holda umumlashtirildi. Metodik yondashuvning asosiy tamoyili - zararni erta aniqlash va kurashni ekologik hamda iqtisodiy jihatdan maqbul darajaga keltirishdir.

Adabiyotlarni solishtirish natijasida zararkunanda soni bir xil bo'lsa ham, zararning og'irligi daraxtning yoshi, suv ta'minoti, oziqlanish holati va iqlim stressiga qarab keskin farqlanishi aniqlanadi. Demak, himoya choralari har doim faqat hasharotga emas, balki o'simlikning umumiy holatiga tayanib rejalashtirilishi lozim.

MUHOKAMA. So'ruvchi zararkunandalarning birinchi va eng keng tarqalgan guruhi - shiralar. Ular odatda koloniya bo'lib yashaydi, yosh barglar va uchki novdalarni egallaydi. Shiralarning zararidan barglar qiyshayadi, naychalanadi, kurtaklar rivojlanishi sustlashadi, yosh novdalar qisqaradi. Qulay havo va ortiqcha azotli oziqlanish sharoitida shiralar soni juda tez ortadi. Ajralib chiqadigan shira tomchilari barg yuzasini yopishqoq qilib, keyinchalik qora qurum zamburug'lari paydo bo'lishiga sabab bo'ladi. Yosh terak plantatsiyalarida kuchli shiralash daraxtning bo'y o'sishini sezilarli darajada sekinlashtirishi mumkin.

Ikkinchi muhim guruh - qalqondorlar. Ularning tanasi mumsimon yoki qattiq qalqon ostida bo'lgani sababli tashxislash biroz qiyinroq. Qalqondorlar novda, po'stloq va barg bandi yuzalarida qo'zg'almas holatda joylashib, o'simlik shirasi hisobiga yashaydi. Zararlangan o'simliklarda shoxlarning zaiflashishi, po'stloq yorilishi, barglarning maydalashishi va umumiy quvvat pasayishi kuzatiladi. Yumshoq qalqondorlar ham honeydew ajratib, barg va novdalarni ifloslaydi; qattiq qalqondorlar esa ko'proq yashirin ravishda surunkali zarar yetkazadi. Ularning 'crawler' deb ataladigan yosh, harakatchan bosqichi kurash uchun eng qulay davr hisoblanadi.

Barg burgalari (leafhopperlar) barg plastinkasidagi hujayra shirasi bilan oziqlanib, ko'pincha mayda oqish nuqtalar, keyin esa sarg'ish-marmarsimon tus paydo bo'lishiga olib keladi. Zararlanish kuchayganda barglar fotosintetik faoliyatini yo'qotib, erta qurishi yoki to'kilishi mumkin. Ayrim hollarda barg burgalari fitopatogenlarni tashuvchi vektor sifatida ham ahamiyatga ega bo'ladi. Shuning uchun ularni faqat soniga qarab emas, balki barg holatidagi fiziologik o'zgarishlarga qarab baholash kerak.

O'rgimchakkanalar va eriofid kanalar, ayniqsa issiq va quruq mavsumlarda, toldoshlar oilasi daraxtlarida kuchli rivojlanadi. O'rgimchakkanalar bargning pastki tomonida yashab, hujayra shirasi bilan oziqlanadi va mayda xlorotik nuqtalar hosil qiladi; keyinchalik barg bronza tusga kiradi, quriydi va to'kiladi. Eriofid kanalar esa ko'proq deformatsiya, buralish, pufakchalanish yoki gallsimon o'zgarishlar bilan namoyon bo'ladi. Ularning mikroskopikligi tufayli tashxis ko'proq simptomlar orqali amalga oshiriladi.

So'ruvchi zararkunandalarning ko'payishiga sabab bo'luvchi asosiy omillar sifatida daraxtning stress holati, qurg'oqchilik, noto'g'ri sug'orish, me'yordan ortiq azotli o'g'itlash, qalinlashtirilgan ekish va sanitariya holatining yomonligi ko'rsatiladi. Shuningdek, bir xil tur yoki klonlardan tashkil topgan monokultura plantatsiyalarida ayrim zararkunandalar tez moslashib, ommaviy tus olishi mumkin. Bu holat ayniqsa ko'chatxona va yosh plantatsiyalarda dolzarbdir.

Shiralarning tabiiy kushandalari sifatida xonqizi qo'ng'izlari, oltinko'zlar, sirfid pashshalari va parazit arilar katta ahamiyatga ega. Qalqondorlar va ayrim kanalarga qarshi ham tabiiy entomofaglar va yirtqich kanalar foydali rol o'ynaydi. Agar dala kuzatuvida foydali entomofauna yetarli darajada faol bo'lsa, tezkor insektitsid ishlatish shart bo'lmasligi mumkin. Demak, zararkunandaga qarshi kurash rejasini tuzishda tabiiy muvozanatni hisobga olish talab etiladi.

Ayrim amaliyotlarda zararkunanda ko'rinishi bilan darhol kuchli kimyoviy vosita qo'llash odat tusiga kirgan. Biroq bu yondashuv har doim ham to'g'ri emas. Birinchidan, preparat noto'g'ri fazada sepilsa samara past bo'ladi; ikkinchidan, foydali

hasharotlar nobud bo'ladi; uchinchidan, daraxtning o'zi stressga uchraydi. Shu bois kimyoviy usul faqat boshqa choralarning natijasi yetarli bo'lmaganda, populyatsiya iqtisodiy xavf tug'diradigan darajaga yetganda va zararkunandaning sezgir bosqichi aniqlanganda qo'llanishi maqsadga muvofiq.

Muhokama natijalari shuni ko'rsatadiki, toldoshlar oilasi daraxtlarida so'ruvchi zararkunandalarga qarshi kurash jarayoni bir martalik tadbir emas, balki vegetatsiya davomida bosqichma-bosqich olib boriladigan uzluksiz boshqaruv tizimidir. Bu tizimda kuzatuv, tashxis, profilaktika, selektiv aralashuv va qayta nazorat o'zaro bog'liq bo'lishi kerak.

NATIJARLAR. Adabiyotlar asosida olib borilgan tahlil toldoshlar oilasiga mansub daraxtlarda so'ruvchi zararkunandalarga qarshi kurashning eng maqbul modeli integrallashgan himoya ekanini ko'rsatdi. Bunday tizimning birinchi bosqichi muntazam monitoringdir. Erta bahordan boshlab bargning orqa tomoni, uchki kurtaklar, yosh novdalar va po'stloq yuzalari har 7-10 kunda ko'zdan kechirilsa, koloniya hosil qilishdan oldin zararkunandani aniqlash mumkin. Monitoringda nafaqat hasharot soni, balki simptom - sarg'ayish, buralish, yopishqoq ajralma, qora qurum, nuqtali xloroz yoki bronzalanish - ham qayd etilishi lozim.

Ikkinchi bosqich agrotexnik va sanitariya choralaridan iborat. Sog'lom, muvozanatli o'sayotgan daraxtlar stressga kam uchraydi va zararkunanda bosimiga nisbatan chidamliroq bo'ladi. Shu sababli sug'orishni me'yorlash, tuproqning zichlanib qolishini oldini olish, o'g'itlashni muvozanatli tashkil etish, shox-shabbani shamollanadigan holda saqlash, kuchli zararlangan novda va barglarni vaqtida olib tashlash juda muhimdir. Zararlangan o'simlik qoldiqlarini uchastkada qoldirmaslik ham populyatsiya manbaini kamaytiradi.

Uchinchi bosqich biologik usullarni qo'llash va foydali organizmlarni asrashdan iborat. Xonqizi qo'ng'izlari, sirfid lichinkalari, oltinko'zlar va yirtqich kanalar so'ruvchi zararkunandalarning tabiiy regulyatorlari bo'lib, ularni asrash uzoq muddatli barqarorlik beradi. Keng ta'sir doirasiga ega preparatlarni asossiz sepish bu foydali organizmlar sonini kamaytiradi. Shu sababli dastlab yumshoqroq usullar - suv oqimi

bilan yuvish, insektitsid sovunlari, mineral yoki horticultural yog'lar kabi selektivroq choralar ko'rilishi maqsadga muvofiq.

To'rtinchi bosqich mexanik choralardir. Mayda va o'rta darajadagi zararlanishlarda shiralangan uchki novdalarni kesib tashlash, qalqondor to'plangan mayda novdalarni sanitariya maqsadida yo'qotish, barglarni kuchli suv oqimi bilan yuvish kabi amaliy choralar sezilarli foyda beradi. Ayniqsa ko'chatxona va kichik maydonlarda bunday usullar ekologik xavfsiz bo'lib, kimyoviy yuklamani kamaytiradi.

Beshinchi bosqich sifatida kimyoviy kurash faqat zarurat tug'ilganda tavsiya etiladi. Qalqondorlarning yosh harakatchan bosqichi, shiralarning koloniya boshlang'ich fazasi yoki kanalarning vegetatsiya boshidagi faol davri - eng qulay ishlov vaqtlaridir. Tinim davrida qo'llanadigan yog'li ishlovlar qishlovchi bosqichlarni bostiradi. Vegetatsiya davridagi ishlovda esa preparatning daraxt turiga, fenologik bosqichiga, havo haroratiga va foydali entomofaunaga ta'siri albatta hisobga olinishi kerak. Preparat tanlashda amaldagi ruxsat etilgan vositalar va mahalliy fitosanitar tavsiyalarga qat'iy amal qilish zarur.

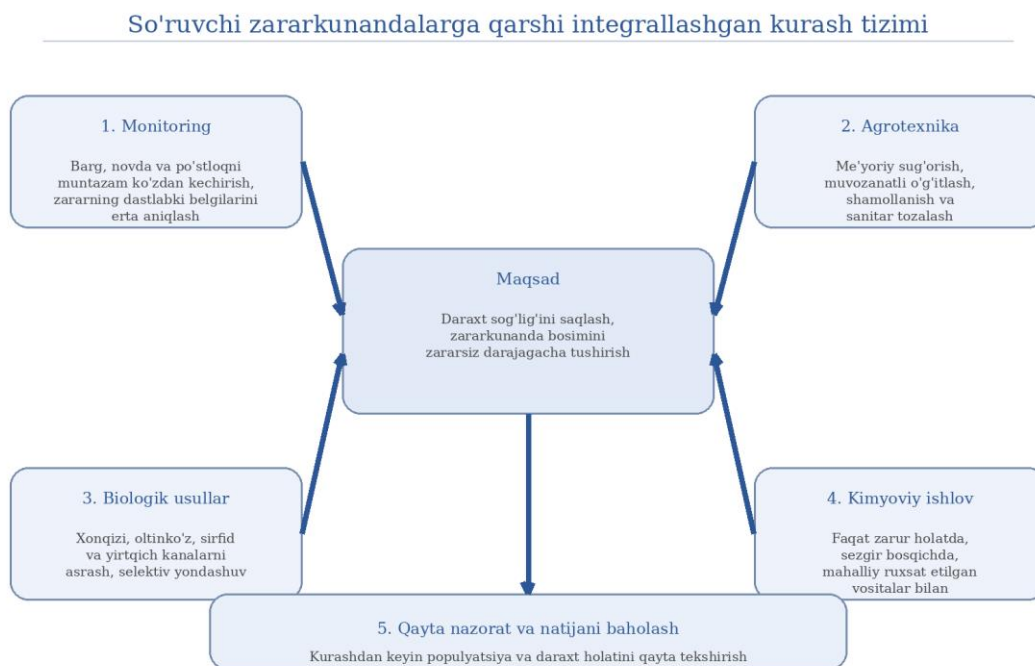
Tahlil natijasida amaliyot uchun quyidagi ketma-ketlik tavsiya etildi: 1) profilaktik kuzatuv; 2) zararlanishni aniqlash va tashxislash; 3) agrotexnik va sanitariya tadbirlarini kuchaytirish; 4) biologik va mexanik usullarni qo'llash; 5) zarur hollarda maqsadli kimyoviy ishlov; 6) qayta monitoring va natijani baholash. Ushbu ketma-ketlik ekologik barqaror, iqtisodiy jihatdan maqbul va dala amaliyotiga mos tizimni ifodalaydi.

Quyida keltirilgan jadvalda toldoshlar oilasiga mansub daraxtlarda ko'p uchraydigan so'ruvchi zararkunandalar, asosiy zarar belgilari va ustuvor kurash choralari umumlashtirildi. Jadval va sxematik rasm amaliyotchi talaba, o'qituvchi yoki fitosanitariya mutaxassisi uchun tezkor yo'riqnoma vazifasini bajarishi mumkin.

*1-jadval. Toldoshlar oilasi daraxtlarida uchraydigan asosiy so'ruvchi
zararkunandalar va kurash choralari*

Zararkunanda guruhi	Asosiy zarar belgisi	Kuzatuv va xavfli davr	Ustuvor kurash chorasi
Shiralar	Barg buralishi, xloroz, yopishqoq honeydew, yosh novdalarning zaiflashuvi	Bahor - yoz boshida koloniya tez ko'payadi; bargning orqa tomoni tekshiriladi	Sanitariya kesimi, suv bilan yuvish, foydali entomofaunani asrash, zarur bo'lsa selektiv ishlov
Qalqondorlar	Po'stloq va novdada qalqonsimon qoplama, o'sish sustlashuvi, ba'zan qurum	Yosh 'crawler' bosqichi kurash uchun eng qulay davr	Zararlangan novdani olib tashlash, tinim davridagi yog'li ishlov, maqsadli kimyoviy ishlov
Barg burgalari	Mayda oqish-sarg'ish nuqtalar, marmarsimon tus, erta to'kilish	Vegetatsiya davomida barg plastinkasidagi dastlabki nuqtali simptomlar kuzatiladi	Agrotexnik barqarorlik, monitoring, zaruratda mahalliy tavsiya asosida ishlov
O'rgimchakkanalar	Nuqtali xloroz, bronzalanish, bargning qurishi va to'kilishi	Issiq va quruq mavsumda xavf kuchayadi; bargning pastki tomoni kuzatiladi	Namlilik rejimini yaxshilash, zararlangan barglarni olib tashlash, selektiv akaritsid chorasi
Eriofid kanalar	Buralish, pufakchalanish, gallsimon yoki russet belgilar	Kurtak yozilishi va yosh barg bosqichida alomatlar muhim	Zararlangan qismlarni kesish, erta tashxis, zarur holatda tavsiya etilgan preparat

1-rasm. So'ruvchi zararkunandalarga qarshi integrallashgan kurash tizimi



Sxema: kurash bosqichlari o'zaro bog'liq boshqaruv tizimi sifatida qo'llanadi.

Eslatma: kurash bosqichlari vegetatsiya davomida o'zaro bog'liq tizim sifatida qo'llanadi.

Natijalar shuni ko'rsatadiki, faqat insektitsidga tayangan kurashdan ko'ra, daraxtning fiziologik holatini tiklash va tabiiy kushandalarni saqlab qolishga asoslangan tizim uzoq muddatda samaraliroqdir. Ayniqsa yosh terak va tol nihollarida erta kuzatuv va sanitariya tadbirlari o'z vaqtida olib borilsa, kimyoviy ishlovlar sonini kamaytirish mumkin. Demak, integrallashgan yondashuv nafaqat zararkunanda sonini pasaytiradi, balki ko'kalamzorlashtirish obyektlarining ekologik xavfsizligini ham oshiradi.

XULOSA. Toldoshlar oilasiga mansub tol va terak daraxtlari ekologik, meliorativ hamda xo'jalik jihatdan qimmatli bo'lib, ularning sog'lom holatini saqlash ko'kalamzorlashtirish va plantatsiya madaniyatida muhim vazifa hisoblanadi. Mazkur daraxtlarda shiralar, qalqondorlar, barg burgalari, o'rgimchakkanalar va eriofid kanalar eng muhim so'ruvchi zararkunandalar guruhini tashkil etadi.

So'ruvchi zararkunandalar zarari ko'pincha barglarning qiyshayishi, sarg'ayishi, yopishqoq ajralmalar, qora qurum, novdalarning zaiflashishi va daraxt o'sishining

sekinlashishi bilan namoyon bo'ladi. Ularning ommaviy rivojlanishida daraxtning stress holati, qurg'oqchilik, ortiqcha azotli oziqlanish va sanitariya qoidalariga rioya qilinmasligi muhim rol o'ynaydi.

Tahlil shuni ko'rsatdiki, eng samarali kurash tizimi - bu monitoringga tayangan integrallashgan himoyadir. Bunda profilaktik agrotexnik tadbirlar, zararlangan qismlarni olib tashlash, foydali entomofaunani asrash, selektiv biologik va mexanik choralarni qo'llash hamda faqat zarur holatda maqsadli kimyoviy ishlov berish bir-biri bilan uyg'unlashadi.

Shunday qilib, toldoshlar oilasi daraxtlarida so'ruvchi zararkunandalarga qarshi kurashning ilmiy asoslangan tizimi amaliyotda daraxtlarning yashovchanligini oshiradi, ekologik yuklamani kamaytiradi va ko'kalamzorlashtirish obyektlarining uzoq muddatli barqarorligini ta'minlaydi.

Amaliy tavsiya sifatida har bir ko'kalamzorlashtirish obyektida mavsumiy kuzatuv jurnali yuritish maqsadga muvofiq. Unda kuzatuv sanasi, aniqlangan zararkunanda guruhi, zarar darajasi, ko'rilgan chora va qayta tekshiruv natijasi qayd etib borilsa, kelgusi mavsumlarda xavf davrini oldindan belgilash osonlashadi. Bunday yondashuv ayniqsa universitet, maktab, park va ko'chatxona hududlarida fitosanitar boshqaruv sifatini oshiradi.

Kelgusida toldoshlar oilasi daraxtlarining mahalliy sharoitga mos navlari, zararkunandalarga chidamlilik darajasi va foydali entomofaunaning samaradorligi bo'yicha hududiy tadqiqotlar olib borish zarur. Mahalliy iqlim omillari, sug'orish rejimi va ekish sxemasi bilan bog'liq ma'lumotlar kengaytirilsa, so'ruvchi zararkunandalarga qarshi kurashning yanada aniq va iqtisodiy jihatdan samarali tavsiyalari ishlab chiqilishi mumkin.

Shuningdek, himoya tizimini rejalashtirishda hududning mikroiklimi alohida hisobga olinishi zarur. Shahar ichidagi issiq va quruq maydonlarda o'rgimchakkanalar tezroq rivojlanishi mumkin, suv bo'yidagi yoki nisbatan nam hududlarda esa ayrim shira guruhlar uzoqroq saqlanib qoladi. Daraxtlarni bir xil parvarish rejimida emas, balki uchastkaning namlik, quyosh tushishi va shamollanish xususiyatiga qarab

boshqarish kurash samarasini oshiradi. Shu ma'noda fitosanitar kuzatuv natijalarini kartalashtirish, muammoli nuqtalarni alohida belgilash va qayta ishlovlarni faqat zarur maydonlarda o'tkazish iqtisodiy tejamkorlikka ham olib keladi.

Ta'lim jarayonida ushbu mavzudan foydalanish ham muhimdir. Talabalar toldoshlar oilasi daraxtlarida uchraydigan so'ruvchi zararkunandalarni real barg va novda namunalarida aniqlash, simptomlarni bir-biridan farqlash, foydali entomofaunani tanish va kurash choralari ketma-ketligini ishlab chiqish orqali nazariy bilimni amaliy ko'nikmaga aylantiradi. Shuning uchun mazkur maqolada berilgan jadval va rasmni laboratoriya mashg'ulotlari, dala amaliyoti va kurs ishlari uchun yordamchi material sifatida qo'llash mumkin.

ADABIYOTLAR RO'YXATI (REFERENCES)

1. de Tillesse V., Nef L., Charles J.G. et al. Damaging Poplar Insects: Internationally Important Species. Rome: FAO, International Poplar Commission, 2007.
2. Ostry M.E., Wilson L.F., McNabb H.S. Jr., Moore L.M. A Guide to Insect, Disease, and Animal Pests of Poplars. Agriculture Handbook 677. Washington, DC: U.S. Department of Agriculture, 1989.
3. Barrett B.A. Aphids, Scales and Mites on Home Garden and Landscape Plants. University of Missouri Extension, G7274.
4. Davis R.S., Alston D., Murray M. Eriophyid Mites: Bud, Blister, Gall, and Rust Mites. Utah State University Extension, 2011.
5. Poplar. Encyclopaedia Britannica. Updated Feb. 19, 2026.
6. Populus deltoides. NC State Extension Plant Toolbox.

O'ZBEKISTONDA GILAMDO'ZLIK TARIXINING MANBASHUNOSLIGI

XATAMOVA R.Z.

*O'zbekiston FA O'zbekiston tarixi davlat muzeyi, tarix fanlari falsafa doktori
(PhD). xatamovar16@gmail.com*

Annotatsiya. Ushbu maqolada O'zbekistonda gilamdo'zlik tarixining manbashunoslik asoslari tahlil qilingan bo'lib, gilamdo'zlikka oid yozma, arxeologik va etnografik manbalar tizimli ravishda guruhlanib, ular ilmiy tahlil qilingan. Xususan, o'rta asr mualliflarining asarlari, jumladan, Al-Muqaddasiy va Ibn Battuta kabi sayyoh va geograflar ma'lumotlari, shuningdek, Abu Bakr Narshaxiyning tarixiy asarlarida uchraydigan ma'lumotlar manbashunoslik nuqtai nazaridan o'rganilgan.

Shu bilan birga, arxeologik topilmalar, muzey fondlari materiallari hamda XIX–XX asrga oid arxiv hisobotlari gilamdo'zlikning hududiy xususiyatlari va taraqqiyot bosqichlarini yoritishda muhim manba sifatida ko'rib chiqildi.

Kalit so'z: gilam, to'qimachilik, jun, naqsh.

KIRISH. O'rta Osiyo, jumladan hozirgi O'zbekiston hududi qadimdan turli sivilizatsiyalar kesishgan, rivojlangan moddiy va ma'naviy madaniyatga ega bo'lgan hudud hisoblanadi. Xalqlarning turmush tarzi, xo'jalik faoliyati va hunarmandchilik an'analari tabiiy-geografik sharoitlar bilan uzviy bog'liq holda shakllanib borgan.

Qadimgi yunon va rim tarixchilari asarlari O'rta Osiyo xalqlarining turmush tarzi, hunarmandchilik mashg'ulotlari va jun mahsulotlaridan foydalanish amaliyoti haqida ilk yozma ma'lumotlarni beradi.

ADABIYOTLAR TAHLILI VA METODOLOGIYASI

O'zbekistonda shakllangan gilamdo'zlik tarixini o'rganishda manba, xisobot, esdalik, geografik sayyoxatnoma va arxiv ma'lumotlaridan olish mumkin. Shunga ko'ra manba va adabiyotlarni qo'yidagicha tasnif qilish mumkin:

1. **Qadimgi manbalar.** Gilamdo'zlik tarixini o'rganishda eng muhim manbalardan biri qadimgi yozma manbalardir. Qadimgi mualliflar asarlarida “gilam” atamasi to'g'ridan-to'g'ri qo'llanilmagan bo'lsa-da, jun, to'qimachilik va maishiy yopqich buyumlarga oid tavsiflar orqali gilamdo'zlikning ilk shakllari va vazifalarini aniqlash mumkin.

Qadimgi manbalar guruhi, avvalo, antik davr tarixchilari va geograflari asarlarini qamrab oladi. Ularning asarlarida O'rta Osiyo xalqlarining turmush tarzi, jum mahsulotlaridan foydalanish va hunarmandchilik faoliyati haqida ma'lumotlar uchraydi.

Ushbu manbalarda keltirilgan ma'lumotlar gilamdo'zlikning dastlab maishiy va amaliy ehtiyojlardan kelib chiqqan holda shakllanganini, keyinchalik esa madaniy va estetik ahamiyat kasb etganini ko'rsatadi. Shu bois qadimgi yozma manbalar gilamdo'zlik tarixini ilmiy jihatdan tiklashda asosiy manbalar guruhini tashkil etadi.

O'zbekiston hududida qadimda yashagan xalqlar, ularning turmush tarzi haqida xikoya qiluvchi dastlabki manbalardan bu Gerodotning "Tarix" [1] asari xisoblanadi. Asar O'rta Osiyo xalqlarining tarixi, turmush tarzi, madaniyati, o'zaro aloqalari bo'yicha muhim manbadir. Aynan Gerodotning "Tarix" asarida O'rta Osiyo xalqlarining turmush tarzi va ularning mashg'uloti keng yoritib berilgan. Ayniqsa, kitobning IV qismida saklar va skiflar haqida tarixiy, etnografik ma'lumotlar keltirilib, ularning hunarmandchilik faoliyati, jumladan to'qimachilik va jum mahsulotlarini ishlab chiqarishga oid ma'lumotlar uchraydi [1;76-81]. Bundan ko'rinadiki asar gilamdo'zlik tarixini o'rganishda muhim manba hisoblanadi.

Gerodot o'z asarida sak va massagetlarni ko'chmani, asosan chorvachilik bilan shug'ullanuvchi xalqlar sifatida tasvirlasa-da, ular jum va jum mahsulotlarini qayta ishlashga asoslangan hunarmandchilik sohasi keng tarqalganligini ta'kidlaydi. Kiyim-kechak, chodir anjomlari, yerga to'shaladigan yopqichlar jundan tayyorlangan bo'lib, bu esa to'qimachilikning ilk namunalari ekanligini ko'rsatadi.

Gilamdo'zlik namunalari dastlab maishiy va xavfsizlik vazifasini bajarganini, keyinchalik esa estetik darajaga ko'tarilganini ko'rsatadi. Aynan Paziriq manzilgohidan topilgan gilam namunalari Gerodot o'z asarida tasvirlagan to'qimachilik mahsulotiga o'xshashdir.

Gerodotning "Tarix" asari O'rta Osiyo xalqlarida hunarmandchilik va gilamdo'zlik tarixini o'rganishda muhim manba hisoblanadi. Unda keltirilgan tarixiy-

etnografik ma'lumotlar gilamdo'zlik sohasi O'rta Osiyo moddiy madaniyati taraqqiyotida muhim o'rin tutishini ko'rsatadi.

Ya'na bir O'rta Osiyo halqlari haqida ma'lumot beruvchi yozma manbalardan Strabonning "Geografiya" [2] asari hisoblanadi. U asarida O'rta Osiyo hududida joylashgan Baqtriya, Sog'diyona, Marg'iyona, Xorazm davlatlari va undagi halqlarning turmush tarzi, an'analari haqida ma'lumot berib o'tadi.

Uning ma'lumotlariga ko'ra, bu hududlarda sug'orma dehqonchilik rivojlangan. Buning natijasida esa aholi barqaror turmush tarzi va iqtisodiy mustaqil davlatlar bo'lgan [2;484]. Ana shu iqtisodiy barqarorlik hunarmandchilikning, jumladan to'qimachilik va gilamdo'zlikning taraqqiyotiga asos bo'lgan.

Strabonning asarida turli hil hunarmandchilik sohalari xaqida ma'lumotlar uchraydi. Shular orasida to'qimachilik, kiyimlarga turli rang va bezak berish kabi sohalar mavjudligini ko'rishimiz mumkin [1;485-486]. Bundan ko'rinadiki gilamdo'zlik sohasini rivojlanishi uchun aynan shu sohalar zamin yaratib bergan.

Strabon asarida gilamdo'zlik sohasini to'g'ridan-to'g'ri keltirmaydi. Ammo uning ma'lumotlariga tayanadigan bo'lsak, gilamdo'zlikning dastlabki namunalari bor bo'lganligini ko'rishimiz mumkin. Xususan, u mahalliy aholining kiyim-kechagi, uy-joy madaniyati va turmush tarziga to'xtalar ekan, mato va jun mahsulotlaridan keng foydalanilganini ko'rsatadi. Bu esa gilamdo'zlikning rivojlanish bosqichi hisoblanadi.

O'rta Osiyo iqlimi ya'ni qishning sovug'i, yozning issiq bo'lishi uy-joylarda issiqlik beruvchi va saqlovchi buyumlarga ehtiyojni oshirgan. Shundan bilishimiz mumkinki dastlab gilamlar faqat bezak emas, balki maishiy ahamiyatga ega buyum sifatida ishlatilgan.

Strabon ya'na savdo yo'llarida O'rta Osiyo to'qimachilik buyumlari ahamiyatga ega bo'lganligini ta'kidlaydi. So'g'diyona orqali o'tgan savdo yo'li to'qimachilik mahsulotlarining tashqi bozorga chiqishini ta'minlagan [1;488]. Bu esa gilamdo'zlik mahsulotlarining nafaqat maxalliy xalq ehtiyoji, balki eksport ahamiyatiga ega bo'lganini anglash mumkin.

Arrianning “Aleksandrning yurishlari” [3] asari Aleksandr yurishlarini, xarbiy mahorati, askarlari va diplomatik aloqalari haqida keltirilgan. Aleksandr Makedonskiyning Baqtriya va So’g’diyonadagi harbiy yurishlarini bayon etar ekan, bu hududlarni rivojlangan shahar madaniyatiga ega o’lka deb keltiradi [3].

U Moraqand, Baqtriya, Navtaka kabi shaharlarni mustahkam qal’alar bilan o’ralgan, aholisi ko’p va rivojlangan markaz deb keltiradi. U Aleksandr Makedonskiyning harbiy yurishlar davomida askarlarni qishloq hududlarida joylashgan mahalliy aholi uylariga yashaganligi haqida ma’lumot beradi. Mahalliy aholining turmush tarzi, harbiylar va zodagonlarning yashash muhiti keltirib o’tadi. Uning ma’lumotiga ko’ra uy-joylar ichi to’shama va yopqich buyumlar bilan jihozlanganligini va asosan tabiiy jun mahsulotlari keng qo’llaganligini bayon qiladi.

Shuningdek, u harbiy yurishlar davomida qo’lga keritilgan o’lja va boyliklar orasida jun, mato va qimmatbaho buyumlarning mavjudligini aytib o’tadi.

Bundan ko’rinadiki O’rta Osiyoda gilamdo’zlik namunalari Aleksandr davridan oldin ham mavjud bo’lga. Xarbiy yurishlar esa bu sohaning keng tarqalishiga sharoit yaratgan.

2. O’rta asrlar tarixiga oid manbalar. O’rta asr yozma manbalari gilamdo’zlik tarixini o’rganishda muhim ahamiyatga ega bo’lib, ularda O’rta Osiyo xalqlarining turmush tarzi, shahar madaniyati va hunarmandchilik an’analari haqida ma’lumot beradi.

O’rta asr manbalar guruhi, avvalo, arab va musulmon geograflari hamda tarixchilari asarlarini qamrab oladi. Ularning asarlarida Movarounnahr va Xuroson shaharlarida to’qimachilik, jun va ipak mahsulotlari ishlab chiqarish, bozorlar va savdo munosabatlari haqida qimmatli ma’lumotlar uchraydi. Bundan ko’rinadiki gilamdo’zlik sohasi uzluksiz rivojlanib borgan.

Saroy hayoti, bayram va marosimlarda qo’llanilgan nafis gilamlar, shuningdek, savdo yo’llari orqali tarqalgan to’qimachilik mahsulotlari gilamdo’zlikni O’rta Osiyo moddiy madaniyati taraqqiyotining muhim sohasi ekanligini namoyon qiladi.

IX — X asrlarda Arab xalifaligida, umuman, islom dinini qabul qilgan turli xalqlar orasida ilm-fan, savdo aloqalari, madaniy aloqalar gurkirab rivojlangan edi. Ayni shu davrda islom dunyosida tavsifiy geografiya yunalishida arab tilida kuplab asarlar yozildi. Bu asarlarni yozishdan asosiy maqsad islom dunyosining iqlimlari, ya'ni turli qismlarining geografik xaritalarini tuzish va ularni tavsif qilish edi.

Aynan o'rta asrlarda ya'ni X asrda yashab ijod qilgan Al-Istaxriy mashhur musulmon geograflaridan biridir [4;12]. U "Kitob al-masolik val-mamolik"[5] asarida Movarounnahr va Xuroson shaharlarini hususan, Buxoro, Samarqand, Choch, Farg'ona, Xorazm shaharlarini iqtisodiy-madaniy markazlar sifatida ta'riflaydi. O'z asarida shahar mahallalari, axoli turmush tarzi, hunarmandchilik maskanlari, bozorlari va mahsulot turlari haqida bayon qiladi. Shahar iqtisodiyotining asosiy tayanchi sifatida hunarmandchilik, to'qimachilik, jun va ipak mahsulotlari ko'rsatiladi.

Al-Istaxriy asarida Movarounnahr shaharlari hunarmandchilik mahsulotlari bilan tashqi savdoda faol bo'lganligini aytib o'tadi. Bular orasida to'qimachilik jun va ipak mahsulotlari borligini xam keltiradi. Bu ma'lumotlar gilamdo'zlik sohasini o'rta asrlarda ham uzluksiz rivojlanib borganini ko'rsatadi.

Ya'na bir o'rta asrlar tarixi xaqida ma'lumot beruvchi arab olimi Al-Muqaddasiy «Axsan at-taqosim fi ma'rifat al-aqolim» asarida Buxoro, Samarqand, Marg'ilon [6;147], Termiz [7;137] kabi shaharlar haqida ma'lumot berib o'tadi. Bu shaharlar Movarounnahrning yirik hunarmandchilik markazlari bo'lganligini aytib o'tadi. Muallif ushbu shaharlarda sifatli to'qima buyumlar, jumladan gilamlar ishlab chiqarilganini qayd etadi. Uning ma'lumotiga ko'ra, Chag'oniyon shahrida chiroyli va usti yopiq bozor bo'lgan [7;132]. Bu yerda esa turli hunarmandchilik mahsulotlari sotilgan.

Ibn Havqalning «Surat al-arz» asari butun musulmon davlatlari tarixiga oid manbadir. Aynan Movarounah hududida joylashgan davlatlar haqida xikoya qiluvchi qismi Sh.S.Kamoliddinov tomonidan o'zbek tiliga tarjima qilingan bo'lib, unda keltirilishicha Ibn Havqal X asrda yashab ijod qilgan. Asarda turli viloyatlarning aholisi, tabiiy boyliklari, dehqonchilik mahsulotlari, chorvachiligi, ishlab chidarish va

savdo-sotiq mollari xaqida ma'lumotlar bor [8;6]. Movarounah shaharlarining joylashuvi, aholisining turmush tarzi va madaniyati kent yoritib berilgan.

Asarda Movarounah aholisi haqida umumiy ta'rif berar ekan “kiyimlar ko‘p. Ularda o‘z extiyojlaridan ortik darajada jun, ipak, paxta tolasidan kilingan nafis karbos matolari va buz matolari mavjud” ekanligini ketiradi [8;16]. Bu esa gilamdo‘zlik sohasini rivojlanib borishiga sharoit yaratib bergan

Ibn Havqal ma'lumotlari arxeologik va etnografik tadqiqotlar bilan uyg‘un holda, O‘rta Osiyo moddiy madaniyati tarixini tiklashda juda muhim ahamiyatga ega.

Ya'na bir o‘rta asrlar tarixi haqida xikoya qiluvchi manbalardan Al-Muqaddasiyning “Axsan at-taqosim fi ma'rifat al-aqolim” [9] asari bo‘lib, asar 985-yil yozilgan. Unda Movarounnahr shaharlari — Buxoro, Samarqand, Marg‘ilon, Termiz kabi markazlar keltiriladi. U bu shaharlarda hunarmandchilik, ayniqsa to‘qimachilik sohasi shahar iqtisodiyotining muhim tarmoqlaridan biri bo‘lganini ta'kidlaydi. Uning ma'lumotlariga ko‘ra, mahalliy ustalar tomonidan tayyorlangan jun va mato mahsulotlari sifat jihatidan yuqori bo‘lganligi va savdo sotiq aloqalarida muhim o‘rin tutganligini ta'kidlaydi.

Al-Muqaddasiy asarida O‘rta Osiyo shaharlarining ichki va tashqi savdoda faol ishtirok etgani ta'kidlanadi. Ayrim shaharlarda ishlab chiqarilgan to‘qimachilik mahsulotlari boshqa hududlardan topilganini aytib o‘tadi. Bu esa gilamdo‘zlik mahsulotlarining faqat mahalliy ehtiyoj uchun emas, balki savdo mahsuloti sifatida ham qimmatga ega bo‘lganini ko‘rsatadi. Demak, Al-Muqaddasiy ma'lumotlariga ko‘ra gilamdo‘zlik sohasi o‘rta asrlarda barqaror rivojlanganligi va iqtisodiy ahamiyatga ega hunarmandchilik sohasi bo‘lganligini ko‘rsatadi.

O‘rta Osiyo xalqlari haqida yana muhim manbalardan Abu Rayhon Beruniyning “Osor ul-boqiya” [10] asari hisoblanadi. Bu asarda xalqlarni turmush tarzi, bayramlari, kun va oylar ta'rifi va yil fasllari bilan bog‘lik qishloq xo‘jalik ishlari ya'ni jun olish, paxta terish, ipakchilik haqida bayon etadi. Shu bilan birga bayramlar va qabul marosilari xaqida bayon qilganda marosim bezaklariga ham to‘xtaladi. Mehrjon bayrami haqida shunday keltiradi: “Mehrjonda odamlar bir-birlariga muattar hidli

narsalar va zardo‘zi bezaklar sovg‘a qilardilar. Saroylarda esa bu bayram munosabati bilan eng sara va nafis to‘qilgan poyandozlar to‘shalar edi” [10;254]. Bayram kunlari hukumdorlar oldida qimmatbaxo to‘qimachilik buyumlari to‘shalganligi aks ettiradi. Bu hukumdorlarning mavqeni bildirib, davlatni farovonligini ko‘rsatgan [10;214]. Aynan jun va to‘qimachilik mahsulotlari haqida ma'lumot beradi.

Beruniy o‘z asarida Markaziy Osiyo va Eron halqlarida jun va paxta maishiy xayotda ko‘p ishlatilishini va ulardan to‘qimachilik buyulari tayyorlanishini aytib o‘tadi [10;214-215]. U ya'na qadimgi halqlar haqida ma'lumot berganda to‘qimachilik mahsulotlarini naqshlari va bezaklariga ham to‘xtalib o‘tadi. Ular shunchaki naqsh emas balki halqlarning ma'naviy dunyo qarashi deb keltiradi [10;201]. Xorazmiylar va so‘g‘diylarning gilam namunalari to‘xtalar ekan, ularda qizil va sariq ranglar ko‘p qo‘llanishini aytib o‘tadi. Bu esa quyosh va olovga sig‘inish bilan bog‘liq bo‘lgan[10;248].

Umuman olganda Beruniy qadimgi halqlarni o‘rgangan holda gilamdo‘zlik shunchaki buyum emas, halqlar ma'naviyati maxsuli ekanligi aytadi.

O‘rta asrga oid ya'na bir muhim manbalardan yuiri bu Abu Ja'far Narshaxiyning «Buxoro tarixi» (X asr) asaridir. Markaziy Osiyoda, xususan, Buxoroda to‘qimachilik va gilamdo‘zlik san'ati yuksalganligi haqida ma'lumot beradi. U o‘z asarida “Baytut-tiroz” ya'ni davlat to‘qimachilik ustaxonasiga keng to‘xtalib o‘tadi. Bu yerda to‘qimachilik mahsulotlari chiqazilar edi. Uning aytishicha “Baytut-tiroz”da tayyorlangan mahsulotlar mashhur bo‘lgan. “Bu kiyimlikka ega bo‘lmagan birorta ham podshoh, amir, rais yoki boshqa mansab egasi yo‘q edi” [11].

Hattoki “Baytut-tiroz”da tayyorlangan mato, kiyim, parda, to‘qimachilik mahsulotlari shunchalar betakror bo‘lganligidan Bag‘dod xalifalariga hiroj o‘rniga yuborilgan[12;13].

“Buxoro qishloqlarida to‘qilgan mato va gilamlarning shuhrati Shom (Suriya) va Misrgacha yoyilgan edi. Boshqa shaharlarda ularga o‘xshatib to‘qishsa-da, Buxoronikidek sifatli chiqmasdi” [12;13].

Narshaxiyning «Buxoro tarixi» asari Beruniyning «Osor ul-boqiya» asarini to'ldiradi. Beruniy bayramlar va ramzlarning ma'naviy tomonini yoritgan bo'lsa, Narshaxiy esa gilamdo'zlikning amaliy va iqtisodiy tomonlarni rivojlanib borganini yoritib berdi.

XIV asr shaharlari va xalqlarining turmush tarzi haqida ma'lumot beruvchi ya'na bir manba Ibn Batutaning «Sayyohatnoma» [13] asari bo'lib, unda o'sha davr muhiti, saroy hayoti, turli bayram va marosimlar haqida ma'lumotlar uchraydi.

Ibn Batuta o'z asarida hukmdorlarning hayoti xaqida so'z yuritarkan, ularning saroyi va qabul marosimlariga to'htaladi. Saroydagi o'ziga hos gilamlar va to'qimachilik buyumlariga alohida to'xtaladi [14;81]. Bu saroy bezaklari hukmdorlarning nufuzi va boyligi xaqida ma'lumot beradi [13;145-147].

U o'z sayyohati davomida hunarmandchilik mahsulotlari, jumladan to'qimachilik buyumlarini juda yuqori baholaydi [13;201-204]. Shu sababdan ham to'qimachilik mahsulotlari savdoda muhim ahamiyatga ega bo'lgan [15;312-315].

Marko Poloning «Sayohatlar kitobi» [16] xam Osiyo davlatlari tarixi, madaniyati va turmush tarzi haqida so'zlovchi manbalardandir. U o'z asarida Osiyo xalqlari haqida bayon qila turib, ularni «hashamatli» bezaklari deb aytib o'tadi [16;XIV] xattoki salib yurishida qatnashgan risarlar ilk marotaba bunday hashamatli bezaklarga ega gilamlarni ko'rganini bayon qiladi [16;XV].

Marko Polo sayohati davomida ko'rganlarini so'zlar ekan, saroylar, boy uylar va hukmdor qarorgohlarining ichki ko'rinishini o'zgacha did va hashamat bilan bezak berilganini, nafis va qimmatbaho buyumlar saroy bezagida muhim o'rin tutishini ta'kidlaydi.

Saroydagi nafis gilamlar faqat maishiy buyum emas, balki hukmdorlarning nufuz, boylik va hokimiyatini belgilagan. Gilamlar faqat saroy bezagi sifatida emas, marosimlarda, elchilik aloqalarida sovg'a sifatida ham taqdim etilgan.

Turkman gilamlariga alohida to'xtaladi. «Bu yerda eng yahshi va eng chiroyli gilamlar, shuningdek qizil va boshqa rangdagi ajoyib matolar va boshqa ko'plab matolar to'qilgan» [16;18].

3. **Rasmiy hujjatlar. (O'zbekiston milliy arxivi xujjatlari).** O'zbekiston gilamdo'zlik tarixi manbashunosligida rasmiy hujjatlar ishonchli manbalaldan hisoblanadi. Ularda gilamdo'zlikning an'anaviy uy-hunarmandchilik shaklidan ma'muriy tartibga solinadigan, keyinchalik esa kooperativ va sanoat tarmog'iga aylanish jarayoni bosqichma-bosqich aks etgan. Qarorlar, farmoyishlar, raportlar, smeta va statistik hisobotlar orqali sohaning tashkil etilishi, xomashyo ta'minoti, ishlab chiqarish hajmi va eksport yo'nalishi haqida aniq ma'lumot olish mumkin.

O'zbekiston Milliy arxivida (keyingi o'rinlarda O'zMA) saqlanayotgan Turkiston general-gubernatorligi kanselyariyasi, viloyat boshqarmalari va shahar ma'muriyatlariga oid raport, protokol va telegrammalar gilamdo'zlikning XIX asr oxiri – XX asr boshlaridagi holatini hujjatli tarzda yoritadi. Ularda ustaxonalar tashkil etish tashabbuslari, mahalliy bozorda narx-navo o'zgarishi, xomashyo ta'minoti va ko'rgazmalar haqida ma'lumotlar uchraydi. Bu manbalar gilamchilikning uy-sharoitidagi ishlab chiqarishdan ma'muriy tartibga solinayotgan tarmoqqa aylanish jarayonini ko'rsatadi. Shu bilan birga, ular rasmiy idora nuqtai nazarini aks ettirgani uchun tanqidiy tahlil talab qiladi.

Masalan, O'zMA arxiv xujjatlarining I-18 fondida Turkiston general-gubernatorligi Kanselyariyasida gilam ishlab chiqarishni yaxshilash va rivojlantirish masalasi bo'yicha o'tkazilgan yig'ilish bayonnomasi (protokol) berilgan. Unda general-mayor V.A. Mustafin raisligida mahalliy ma'murlar, mutaxassislar va mahalliy savdogarlar ishtirok etganligi xaqida xujjat mavjud. Shuningdek, I-19 fondidagi manba Farg'ona viloyati harbiy gubernatori tomonidan Turkiston general-gubernatori kanselyariyasiga yuborilgan rasmiy yozishma hisoblanadi (1910 yil iyun'). Unda Turkistonda gilam ishlab chiqarishni davlat tomonidan qo'llab-quvvatlash zarurligi ta'kidlanadi. Gilamchilik jahon bozorida talabga ega ekani va mahalliy aholi uchun asosiy daromad manbai ekani ko'rsatiladi.

Qo'llab-quvvatlash choralari sifatida hududiy ko'rgazmalar o'tkazish, eng yaxshi gilamlarga pul mukofoti berish hamda jun va o'simlik bo'yoqlari omborlarini tashkil etish taklif qilingan.

Ya'na bir qimmatli hujjatlar turkumiga kiruvchi I-22 fondida Samarqand viloyatiga qarashli Katta-Qo'rg'on uezdi boshlig'ining rasmiy raporti hisoblanadi. Unda uezd hududida gilam to'qish asosan mahalliy aholi tomonidan shaxsiy ehtiyoj uchun amalga oshirilishi qayd etilgan.

Uch turdagi gilam ishlab chiqarilishi, ishlab chiqarish hajmi va ayollarning (taxminan 25 foizi) yakka tartibda shu hunar bilan shug'ullanishi ko'rsatilgan.

Gilamchilikni qo'llab-quvvatlash uchun arzon jun va bo'yoqlar bilan ta'minlash, har bir volost'da nazoratchilar tayinlash va mahalliy naqshlarni saqlagan holda ishni takomillashtirish taklif qilingan.

O'zMAning R-3 fondida O'rta Osiyo respublikalarida gilam sanoatining sovet davridagi holati bayon qilingan. 1917 yildan keyin gilamchilik sohasida yangi bosqich boshlangani, ayniqsa kustar-hunarmandchilik artel'lari tashkil etilishi orqali tarmoq tiklangani ta'kidlanadi. Gilamchilikning rivojlanishi aholining ijtimoiy-iqtisodiy turmush tarzi, xususan ko'chmanchi va yarim ko'chmanchi hayot bilan bog'liq ekani ko'rsatiladi. O'rta Osiyo xalqlarida gilamchilik qadimiy an'anaga ega bo'lib, turkman gilamlari sifat jihatidan alohida e'tirof etilgan.

O'zMAning R-91 fondida O'zbekiston SSRda gilamchilikni davlat tashabbusi bilan rivojlantirish choralari bayon etilgan. Asosiy masala sifatida kustarlarni xom ashyo bilan ta'minlash, ishlab chiqarishni rejalashtirish va gilam-palaslarni eksport qilishni yo'lga qo'yish ko'rib chiqiladi.

1920–1980-yillarga oid qarorlar, farmoyishlar, smeta va hisobotlar gilamdo'zlikning kooperativ-artel tizimiga o'tkazilishi, fabrikalar tashkil etilishi va eksport rejalari belgilab borilganini tasdiqlaydi. Gosplan, Mahalliy sanoat vazirligi va Savdo organlari materiallari orqali xomashyo kvotalari, ishlab chiqarish hajmi va moliyaviy hisob-kitoblar aniq ko'riladi. Bu hujjatlar gilamdo'zlikning an'anaviy hunarmandchilikdan rejali iqtisodiyot sharoitidagi sanoat tarmog'iga aylanishini o'rganishda asosiy manba hisoblanadi. O'zMAning R-837 fondida 1974 yil Olmaliq shahrida gilam ishlab chiqarish fabrikasi qurish bo'yicha loyiha tasdiqlanganligi

to'g'risidv farmoyish uchraydi. Fabrika qurilishi uchun belgilangan smeta xarajatlari va tegishli tashkilotlar tomonidan ko'rib chiqilgani keltirilgan.

Shuningdek, avval qurilayotgan elektr o'yinchoqlar zavodi direksiyasi gilam fabrikasi direksiyasiga aylantirilishi belgilangan.

Milliy arxiv fondlarida saqlanayotgan yillik hisobotlar, ishlab chiqarish haqidagi ma'lumotlar statistik tahlil qilish uchun muhim manbadir.

O'zbekiston Milliy arxivi manbalari gilamdo'zlik tarixini ma'muriy, iqtisodiy va siyosiy jihatdan o'rganish uchun ilmiy asos bo'la oladi.

XULOSA

Gilamdo'zlik tarixi manbalar tahlili shuni ko'rsatadiki, ushbu hunarmandchilik sohasi insoniyatning moddiy va ma'naviy madaniyati bilan uzviy bog'liq holda shakllangan va rivojlangan.

Gilamdo'zlik sohasi uzluksiz rivojlanib borganligi, uning iqtisodiy, madaniy va ma'naviy jihatdan muhim ahamiyatga ega ekanligini ko'rsatadi. Manbalarning turli davr va turli yo'nalishga mansubligi ushbu sohani keng tadqiq etishni taqozo qiladi. Shu bois gilamdo'zlik tarixi oid manbalarini shakllantirish va yangi arxiv materiallarini ilmiy muomalaga kiritish kelgusidagi tadqiqotlar uchun dolzarb vazifa xisoblanadi.

ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Геродот. Тарих. — М.: Наука, 1972.
2. Страбон. География. — М.: Мысль, 1964.
3. Арриан. Походы Александра. — М.: Наука, 1981.
4. Р.Т.Худайбергенов// Истахрийнинг «Китаб ал-масалик вал-мамалик» асари (илмий-изоҳли таржима ва тадқиқот)//- автореферат, Т.2020.
5. Ал-Истахрий. Китоб ал-масолик вал-мамолик. — Лейден, 1870.
6. А.Р. Муҳаммаджонов/ Марғилон-Марғинон номининг маъноси ҳақида/ Марғилон шаҳрининг жаҳон цивилизацияси тарихидаги ўрни Марғилон шаҳрининг 2000 йиллик юбилейига бағишланган халқаро илмий конференция материаллари Тошкент. Фан. 2007.
7. С.Н.Турсунов (ва бошқалар)/.Сурхондарё воҳасида моддий маданият тарихи //- Тошкент: "Muharrir" нашриёти, 2013.
8. Ибн Ҳавқал, Мовароуннахр/ араб тилидан тарж., изоҳуар муаллифи Ш.С.Камолиддин. Т. «Ўзбекистон миллий энциклопедияси» Давлат илмий нашриёти, 2011.

9. Ал-Муқаддасий “Ахсан ат-тақосим фи маърифат ал-ақолим”.
10. Беруний А.Р. Осор ул-боқия. — Тошкент: Ўзбекистон, 1968.
11. Наршахийнинг «Бухоро тарихи» Форс тилидан А. Расулев таржимаси Масъул муҳаррир А. Ўринбоев.
12. Абу Бакр Наршахий. Бухоро тарихи. — Тошкент: Фан, 1966.
13. Ибн Батута. Сайёҳатнома (Риҳла). — Тошкент: Фан, 1993.
14. The Travels of Ibn Battuta, Translated with notes by H. A. R. Gibb, Cambridge, 1958–1961.
15. Бартольд В.В. Туркестан в эпоху монгольского нашествия. — Москва, 1963.
16. Марко Поло. Саёҳатлар китоби. — М.: Географгиз, 1955.
17. Ўзбекистон Миллий архиви.

TESKARI MATRITSA QURISHNING TURLI USULLARI: NAZARIY ASOSLAR VA AMALIY TAHLIL

Sotvoldiyev A.I.

Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti. akmal.sotvoldiyev@mail.ru

Annotatsiya. Ushbu maqolada kvadrat xosmas matritsaga teskari matritsa qurishning uchta asosiy usuli – algebraik to‘ldiruvchilar usuli, Gauss-Jordan usuli va Kayley-Gamilton usuli – ilmiy jihatdan batafsil tahlil qilingan. Har bir usul uchun aniq matematik ta’riflar, teoremlar keltirilgan, so‘ngra aniq sonli misollar orqali usullarning amaliy qo‘llanilishi ko‘rsatilgan. Usullarning samaradorligi, hisoblash murakkabligi va qo‘llanish sohalari qiyosiy jihatdan baholangan. Maqola chiziqli algebra kursini o‘rganuvchi talabalar va ilmiy tadqiqotchilar uchun mo‘ljallangan.

Kalit so‘zlar: matritsa, birlik matritsa, teskari matritsa, xosmas matritsa, determinant, algebraik to‘ldiruvchi, qo‘shma matritsa, Gauss-Jordan usuli, Kayley-Gamilton teoremasi, xarakteristik ko‘phad.

KIRISH. Chiziqli algebra – zamonaviy matematikaning eng muhim tarmoqlaridan biri bo‘lib, u fizika, muhandislik, iqtisodiyot, kompyuter fanlari va boshqa ko‘plab sohalarda keng qo‘llaniladi. Matritsa nazariyasi esa chiziqli algebraning markaziy mavzularidan hisoblanadi. Teskari matritsa tushunchasi chiziqli tenglamalar sistemasini yechishda, koordinatalar almashtirishda, kriptografiyada va boshqa amaliy masalalarda fundamental rol o‘ynaydi.

Teskari matritsa mavzusi matematika tarixida XVIII asrdan boshlab o‘rganila boshlangan. Gabriel Kramer (1750) determinantlar yordamida chiziqli tenglamalar sistemasini yechish usulini taklif etgan bo‘lsa, Karl Friedrich Gauss XIX asrda elementar almashtirishlar usulini ishlab chiqqan. XX asrda bu usullar Vilgelm Jordan tomonidan takomillashtirilgan va zamonaviy Gauss-Jordan usulining asosi yaratilgan.

Kayley-Gamilton teoremasi esa Artur Kayley tomonidan 1858-yilda e‘lon qilingan bo‘lib, har bir kvadrat matritsa o‘zining xarakteristik tenglamasini qanoatlantirishi haqidagi fundamental natija hisoblanadi. Bu teorema teskari matritsa qurish usulini yaratishga asos bo‘lgan.

Ushbu maqolada teskari matritsa qurishning uchta usuli – algebraik to‘ldiruvchilar usuli, Gauss-Jordan usuli va Kayley-Gamilton teoremasi asosidagi usul

– ilmiy asosda, ta’riflar va teoremlar orqali tushuntirilgan hamda har bir usul aniq misol yordamida ko’rsatilgan. Maqolaning maqsadi – talabalar va tadqiqotchilar uchun ushbu usullarning nazariy asoslarini va amaliy qo’llanilishini yaxlit, tushunarli tarzda bayon etishdan iborat.

ADABIYOTLAR TAHLILI

Teskari matritsa mavzusi turli xil darsliklar va ilmiy maqolalarda keng yoritilgan. Strang [1] o’zining mashhur “Linear Algebra and Its Applications” darsligida Gauss-Jordan usulini eng samarali usul sifatida tavsiya etadi va hisoblash murakkabligini $O(n^3)$ deb baholaydi. Horn va Johnson [2] “Matrix Analysis” monografiyasida teskari matritsa mavjudligi shartlarini algebraik va analitik nuqtai nazardan chuqur tahlil qilgan.

O’zbekiston matematika ta’limi sohasida M.A.Mirzaahmedov va X.Q.Qodirov [3] “Oliy matematika” darsligida uchta usulni ham o’zbek tilida batafsil bayon etishgan. Ular algebraik to’ldiruvchilar usulini kichik o’lchamli matritsalar uchun ($n \leq 3$), Gauss-Jordan usulini esa katta o’lchamli matritsalar uchun tavsiya etadi.

Gantmaher [4] “Matritsa nazariyasi” asarida Kayley-Gamilton teoremasi asosidagi usulning nazariy asoslarini batafsil yoritgan va bu usulning xos sonlar nazariyasi bilan bog’liqligini ko’rsatgan. Golub va Van Loan [5] “Matrix Computations” asarida esa turli usullarning hisoblash barqarorligi va algoritmik samaradorligini qiyosiy tahlil qilgan.

Yuqoridagi manbalarga tayanib, ushbu maqolada uchala usulning ham nazariy asoslari va amaliy qo’llanilishi yaxlit tarzda taqdim etiladi. Avvalgi ishlardan farqli o’laroq, maqolada usullar bir xil matritsa misolida ko’rib chiqilgan, bu esa ularni taqqoslash imkonini beradi.

NAZARIY ASOSLAR

3.1. Asosiy ta’riflar va teoremlar

1-ta’rif. $n \times n$ o’lchovli A matritsaning determinanti noldan farqli bo’lsa, u holda A matritsaga xosmas matritsa deyiladi.

2-ta'rif. A xosmas matritsaning teskari matritsasi deb, shunday A^{-1} matritsaga aytiladiki, quyidagi munosabat o'rinli bo'lsin:

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E$$

bu yerda E – birlik matritsa.

3-ta'rif. $A = (a_{ij})$ matritsaning i -qator va j -ustun kesishmasidagi a_{ij} elementining algebraik to'ldiruvchisi quyidagicha aniqlanadi:

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$$

bu yerda M_{ij} – i -qator va j -ustunni o'chirib tashlagandan hosil bo'lgan $(n-1) \times (n-1)$ o'lchovli minor.

4-ta'rif. A matritsaga $\bar{A}$ matritsa qo'shma matritsa deyiladi, agar

$$\bar{A} = (A_{ij})^T$$

ya'ni qo'shma matritsa algebraik to'ldiruvchilardan tuzilgan matritsaning transponirlangan matritsasi hisoblanadi.

1-teorema (teskari matritsa mavjudligi sharti). $n \times n$ o'lchovli A matritsaning teskari matritsasi mavjud bo'lishi uchun zarur va yetarli shart – uning determinanti noldan farqli bo'lishidir.

2-teorema (teskari matritsaning yagonaligi). Xosmas matritsa uchun teskari matritsa yagona bo'ladi.

3-teorema (Kayley-Gamilton). Har qanday kvadrat A matritsa o'zining xarakteristik tenglamasini qanoatlantiradi, ya'ni $p(\lambda) = \det(A - \lambda E)$ bo'lsa, u holda $p(A) = \Theta$ (Θ – nol matritsa).

TESKARI MATRITSA QURISH USULLARI. Quyida uchta usulni bir xil matritsa misolida ko'rib chiqamiz. Har uch usulda ham quyidagi matritsadan foydalanamiz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 3 \\ 8 & 7 & 9 \end{pmatrix}$$

Avval matritsaning determinantini hisoblab, uning xosmas ekanligiga ishonch hosil qilamiz:

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 3 \\ 8 & 7 & 9 \end{vmatrix} = 2(3 \cdot 9 - 3 \cdot 7) - 1(4 \cdot 9 - 3 \cdot 8) + 1(4 \cdot 7 - 3 \cdot 8) =$$

$$= 2(27 - 21) - 1(36 - 24) + 1(28 - 24) = 2 \cdot 6 - 1 \cdot 12 + 1 \cdot 4 = 12 - 12 + 4 = 4$$

$\det(A) = 4 \neq 0$, demak, A – xosmas matritsa va unga teskari matritsa qurilishi mumkin.

4.1. Birinchi usul: algebraik to'ldiruvchilar usuli

Bu usul qo'shma matritsa tushunchasiga asoslanadi. Teskari matritsa quyidagi formula orqali hisoblanadi:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot \bar{A}$$

bu yerda $\bar{A}$ – qo'shma matritsa.

Teskari matritsa qurish algoritmi:

1-qadam: $\det(A)$ ni hisoblash.

2-qadam: Har bir a_{ij} element uchun algebraik to'ldiruvchi A_{ij} ni hisoblash.

3-qadam: Algebraik to'ldiruvchilar matritsasini tuzish va transponlash (ya'ni $\bar{A}$).

4-qadam: $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot \bar{A}$ formulasini qo'llash.

1-usulda yechish: Barcha 9 ta algebraik to'ldiruvchini hisoblaymiz:

$$A_{11} = + \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} = 27 - 21 = 6, \quad A_{12} = - \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} = -(36 - 24) = -12,$$

$$A_{13} = + \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 8 & 7 \end{vmatrix} = 28 - 24 = 4;$$

$$A_{21} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} = -(9 - 7) = -2, \quad A_{22} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} = 18 - 8 = 10,$$

$$A_{23} = -\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 8 & 7 \end{vmatrix} = -(14 - 8) = -6;$$

$$A_{31} = +\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = 3 - 3 = 0, \quad A_{32} = -\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = -(6 - 4) = -2,$$

$$A_{33} = +\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 6 - 4 = 2$$

Algebraik to'ldiruvchilar matritsasini tuzib, uni transponlaymiz:

$$(A_{ij}) = \begin{pmatrix} 6 & -12 & 4 \\ -2 & 10 & -6 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \bar{A} = \begin{pmatrix} 6 & -2 & 0 \\ -12 & 10 & -2 \\ 4 & -6 & 2 \end{pmatrix}$$

Teskari matritsani topamiz:

$$A^{-1} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 6 & -2 & 0 \\ -12 & 10 & -2 \\ 4 & -6 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/2 & -1/2 & 0 \\ -3 & 5/2 & -1/2 \\ 1 & -3/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$

Tekshirish:

$$A \cdot A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 3 \\ 8 & 7 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3/2 & -1/2 & 0 \\ -3 & 5/2 & -1/2 \\ 1 & -3/2 & 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = E$$

bo'lishini ko'rib chiqish mumkin, bu esa hisob to'g'riligini tasdiqlaydi.

Usulning afzalliklari va kamchiliklari:

Afzalliklari: Nazariy jihatdan aniq va tushunarli, kichik o'lchovli (2×2 , 3×3) matritsalar uchun qulay.

Kamchiliklari: Katta n uchun hisoblash murakkabligi $O(n!)$ tartibida bo'ladi (determinantlarni hisoblash tufayli), shuning uchun $n > 4$ uchun amalda qo'llanilmaydi.

4.2. Ikkinchi usul: Gauss-Jordan usuli

Bu usul kengaytirilgan matritsa tushunchasiga asoslanadi. A matritsani birlik matritsa E bilan yonma-yon qo'yib, $(A|E)$ kengaytirilgan matritsa tuziladi. So'ngra elementar almashtirishlar yordamida chap qism E ga aylantiriladi – o'ng qism esa A^{-1} bo'ladi.

4-teorema (Gauss-Jordan). Agar A xosmas matritsa bo'lsa, $(A|E)$ kengaytirilgan matritsani elementar almashtirishlar yordamida $(E|A^{-1})$ ko'rinishga keltirilish mumkin.

2-usulda yechish: Kengaytirilgan matritsani tuzamiz:

$$(A|E) = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 8 & 7 & 9 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$(A|E)$ matritsa ustida elementar almashtirishlar bajarib, $(A|E)$ matritsani topamiz:

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 8 & 7 & 9 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \sqsubset \left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 5 & -4 & 0 & 1 \end{array} \right) \sqsubset \\ & \sqsubset \left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 0 & 0 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & -3 & 1 \end{array} \right) \sqsubset \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 3/2 & -1/2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -3/2 & 1/2 \end{array} \right) \sqsubset \\ & \sqsubset \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 3/2 & -1/2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -3/2 & 1/2 \end{array} \right) \sqsubset \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 3/2 & -1/2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 5/3 & -1/2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -3/2 & 1/2 \end{array} \right) \end{aligned}$$

Demak, $A^{-1} = \begin{pmatrix} 3/2 & -1/2 & 0 \\ -3 & 5/2 & -1/2 \\ 1 & -3/2 & 1/2 \end{pmatrix}$. Bu natija birinchi usul natijasi bilan to'liq

mos keladi, bu esa hisob to'g'riligini tasdiqlaydi.

Usulning afzalliklari va kamchiliklari:

Afzalliklari: Hisoblash murakkabligi $O(n^3)$ bo'lib, katta n uchun ham samarali, kompyuter algoritmlarida keng qo'llaniladi, tartibli va sistemali jarayon.

Kamchiliklari: Ko'p almashtirishlar talab etiladi, qo'lda hisoblashda xato qilish ehtimoli yuqori, diagonal elementlaridan biri nolga teng bo'lsa, qatorlarni almashtirish kerak bo'ladi.

4.3. Uchinchi usul: Kayley-Gamilton usuli

Bu usul Kayley-Gamilton teoremasiga asoslanadi. Matritsaning xarakteristik ko'phadi tuziladi, so'ngra Kayley-Gamilton teoremasi qo'llaniladi va algebraik manipulyatsiyalar orqali teskari matritsa ifodalanadi.

Teskari matritsa qurish algoritmi:

1-qadam: $p(\lambda) = \det(A - \lambda E)$ xarakteristik ko'phadni topish.

2-qadam: Kayley-Gamilton teoremasi bo'yicha $p(A) = \Theta$ yozish.

3-qadam: Tenglikning har ikki tomonini chapdan A^{-1} ga ko'paytirish.

4-qadam: A^{-1} ni matritsaning daraja ko'rinishida ifodalash.

3-usulda yechish: A matritsaning xarakteristik ko'phadini hisoblaymiz:

$$p(\lambda) = \det(A - \lambda E) = \begin{vmatrix} 2 - \lambda & 1 & 1 \\ 4 & 3 - \lambda & 3 \\ 8 & 7 & 9 - \lambda \end{vmatrix}$$

Determinantni ochib hisoblaymiz:

$$\begin{aligned} p(\lambda) &= (2 - \lambda)(3 - \lambda)(9 - \lambda) + 28 + 24 - \\ &\quad - (8(3 - \lambda) + 21(2 - \lambda) + 4(9 - \lambda)) = \\ &= (2 - \lambda)(27 - 12\lambda + \lambda^2) + 52 - (24 - 8\lambda + 42 - 21\lambda + 36 - 4\lambda) = \end{aligned}$$

$$= 54 - 51\lambda + 14\lambda^2 - \lambda^3 + 52 + 33\lambda - 102 = -\lambda^3 + 14\lambda^2 - 18\lambda + 4$$

Demak, karakteristik ko'phad:

$$p(\lambda) = -\lambda^3 + 14\lambda^2 - 18\lambda + 4$$

Kayley-Gamilton teoremasiga ko'ra, $p(A) = \Theta$:

$$-A^3 + 14A^2 - 18A + 4E = \Theta$$

Har ikki tomonni chapdan A^{-1} ga ko'paytiramiz:

$$A^{-1} \cdot (-A^3 + 14A^2 - 18A + 4E) = A^{-1} \cdot \Theta$$

$$-A^{-1} \cdot A^3 + 14A^{-1} \cdot A^2 - 18A^{-1} \cdot A + 4A^{-1} \cdot E = \Theta$$

$$-A^2 + 14A - 18E + 4A^{-1} = \Theta$$

Bu tenglikdan A^{-1} ni topamiz:

$$4A^{-1} = A^2 - 14A + 18E + \Theta$$

$$A^{-1} = \frac{1}{4}(A^2 - 14A + 18E) =$$

$$= \frac{1}{4} \left[\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 3 \\ 8 & 7 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 3 \\ 8 & 7 & 9 \end{pmatrix} - 14 \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 3 \\ 8 & 7 & 9 \end{pmatrix} + 18 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right] =$$

$$= \frac{1}{4} \left[\begin{pmatrix} 16 & 12 & 14 \\ 44 & 34 & 40 \\ 116 & 92 & 109 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 28 & 14 & 14 \\ 56 & 42 & 42 \\ 112 & 98 & 126 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 18 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 18 \end{pmatrix} \right] =$$

$$= \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 6 & -2 & 0 \\ -12 & 10 & -2 \\ 4 & -6 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/2 & -1/2 & 0 \\ -3 & 5/2 & -1/2 \\ 1 & -3/2 & 3/2 \end{pmatrix}$$

Demak, $A^{-1} = \begin{pmatrix} 3/2 & -1/2 & 0 \\ -3 & 5/2 & -1/2 \\ 1 & -3/2 & 1/2 \end{pmatrix}$. Bu natija ham oldingi ikki usul natijalari

bilan to'liq mos keldi.

Usulning afzalliklari va kamchiliklari:

Afzalliklari: Matritsalar algebrasi nuqtai nazaridan elegant va nazariy jihatdan muhim; xos sonlar nazariyasi bilan chuqur bog‘liq.

Kamchiliklari: Xarakteristik ko‘phadni hisoblash murakkab; katta o‘lchamli matritsalar uchun amaliy emas; hisoblash jarayoni ko‘proq vaqt talab qiladi.

NATIJALAR VA MUHOKAMA. Uchala usul ham bir xil A matritsa uchun bir xil A^{-1} ni berdi – bu matematik nazariyaning izchilligini tasdiqlaydi (2-teorema – teskari matritsaning yagonaligi). Usullarni quyidagicha qiyosiy baholash mumkin.

Hisoblash murakkabligi bo‘yicha: Algebraik to‘ldiruvchilar usulida determinantlarni hisoblash $O(n!)$ operatsiya talab qiladi, bu esa $n > 4$ bo‘lganda amalda qo‘llab bo‘lmaydi. Gauss-Jordan usuli $O(n^3)$ operatsiya talab qilgani uchun eng samarali usul hisoblanadi. Kayley-Gamilton usulida xarakteristik ko‘phadni hisoblash $O(n^3)$, matritsa darajalarini hisoblash esa $O(n^4)$ operatsiya talab qiladi.

Qo‘llanish sohalari bo‘yicha: Algebraik to‘ldiruvchilar usuli 2×2 va 3×3 matritsalar uchun, formulalar yordamida analitik ifoda olish kerak bo‘lganda qulay. Gauss-Jordan usuli katta o‘lchamli ($n > 4$) matritsalar uchun, kompyuter dasturlarida eng ko‘p qo‘llaniladigan usul. Kayley-Gamilton usuli esa nazariy tadqiqotlarda, Kayley-Gamilton teoremasi bilan bog‘liq masalalarda, xos sonlar nazariyasi bilan birga qo‘llaniladigan holatlarda ahamiyatli.

Sonli barqarorlik bo‘yicha: Gauss-Jordan usuli qisman ustunli diagonal elementlarini tanlash bilan birgalikda eng barqaror usul hisoblanadi. Algebraik to‘ldiruvchilar usuli yaxlit sonlar bilan ishlashda aniq natijalar beradi.

HULOSA. Ushbu maqolada kvadrat xosmas matritsaga teskari matritsa qurishning uchta asosiy usuli – algebraik to‘ldiruvchilar usuli, Gauss-Jordan usuli va Kayley-Gamilton usuli – nazariy jihatdan asoslanib, aniq misollar yordamida ko‘rsatildi.

Asosiy xulosalar quyidagilar: (1) Teskari matritsa mavjud bo‘lishi uchun zarur va yetarli shart – determinantning noldan farqliligi; (2) Teskari matritsa, agar mavjud

bo'lsa, yagona; (3) Uchala usul ham to'g'ri qo'llanilganda bir xil natijaga olib keladi; (4) Gauss-Jordan usuli katta o'lchamli masalalar uchun eng samarali; (5) Kayley-Gamilton usuli nazariy jihatdan eng chuqur, lekin amalda eng og'ir.

Kelgusi tadqiqotlarda LU-ajratish, QR-ajratish va iterativ usullarni ham tahlil qilish, shuningdek, teskari matritsa hisoblashning parallel algoritmlarini o'rganish maqsadga muvofiq.

ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Strang G. Linear Algebra and Its Applications. 4th ed. Cengage Learning, 2006. 492 p.
2. Horn R.A., Johnson C.R. Matrix Analysis. 2nd ed. Cambridge University Press, 2012. 662 p.
3. Mirzaahmedov M.A., Qodirov X.Q. Oliy matematika. T.: O'zbekiston, 2019. 384 b.
4. Gantmacher F.R. The Theory of Matrices. Vol. 1. AMS Chelsea Publishing, 1959. 374 p.
5. Golub G.H., Van Loan C.F. Matrix Computations. 4th ed. Johns Hopkins University Press, 2013. 756 p.
6. Lay D.C. Linear Algebra and Its Applications. 5th ed. Pearson, 2016. 576 p.
7. Axmedov A., Xasanov A. Chiziqli algebra va analitik geometriya. T.: Fan, 2015. 312 b.
8. Trefethen L.N., Bau D. Numerical Linear Algebra. SIAM, 1997. 361 p.
9. Anton H., Rorres C. Elementary Linear Algebra. 11th ed. Wiley, 2013. 592 p.
10. Saad Y. Iterative Methods for Sparse Linear Systems. 2nd ed. SIAM, 2003. 528 p.

GIBRID ALGORITMLARNING DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI YECHISHDA QO‘LLANILISHI

Usmonova M.E.

FarDU magistranti.

Annotatsiya: Maqolada differensial tenglamalar (ODE, PDE) va chegaraviy masalalarni yechishda gibril sonli algoritmlarning nazariy asoslari hamda amaliy qo‘llanilishi tahlil qilingan. RKF45 adaptiv qadam boshqaruvi, Adams–Bashforth–Moulton barqarorligi va spektral–chekli farqlar gibril metodining samaradorligi baholanib, gibril yondashuvlar 5-tartibgacha aniqlik, kengroq barqarorlik va 30–40% yuqori hisoblash samaradorligini ta’minlashi ko‘rsatilgan. Natijalar massa-yadro reaksiyalari, ob-havo prognozi va molekulyar dinamika misollarida tasdiqlangan.

Kalit so‘zlar: Gibril algoritmlar, differensial tenglamalar, sonli usullar, barqarorlik, yaqinlashish, adaptiv qadam, Runge-Kutta-Fehlberg, stiff tenglamalar.

Kirish. Differensial tenglamalar tabiiy va ijtimoiy fanlarning deyarli barcha sohalarida qo‘llaniladigan fundamental matematik vosita hisoblanadi. Fizik hodisalarni modellashtirish (mexanika, elektrodinamika, kvant fizikasi), muhandislik hisob-kitoblari (qurilish, aerodinamika), biologik jarayonlarni tahlil qilish (populyatsiya dinamikasi, epidemiologiya) va iqtisodiy prognozlashda differensial tenglamalar asosiy o‘rinni egallaydi. Ko‘pgina amaliy masalalarda differensial tenglamalarning analitik yechimi mavjud emas yoki olish juda qiyin, shuning uchun sonli usullar muhim ahamiyat kasb etadi.

Mavzuga oid adabiyotlar sharhi. Gibril algoritmlarning differensial tenglamalarda qo‘llanilishi haqida ko‘plab ilmiy tadqiqotlar olib borilgan. Masalan:

1. “Numerical Mathematics” (Quarteroni, Sacco va Saleri, 2007) darsligida gibril algoritmlarning akademik ta’limdagi o‘rni va ularning asosiy tamoyillari tahlil qilingan. Mualliflar gibril usullarni “ko‘p qadamli” va “bir qadamli” metodlarning birlashmasi sifatida ta’riflab, ularning afzalliklari va cheklovlarini muhokama qilgan. Xususan, Adams-Bashforth-Moulton usulining gibril xususiyatlari va uning amaliy qo‘llanilishining misollari keltirilgan. Kitobda gibril algoritmlarning sonli analiz kurslarida o‘qitilishi metodologiyasi ham berilgan.

2. “Gibrid algoritmlar va ularning differensial tenglamalarda qo‘llanilishi” (Rahimov, 2020) monografiyasida gibrid algoritmlarning o‘zbek olimlari tomonidan o‘rganilishi va mahalliy sharoitlarda qo‘llanilishi tahlil qilingan. Muallif gibrid usullarni tarkibiy, darajaviy va fazoviy gibrid algoritmlarga ajratib, har birining o‘ziga xos xususiyatlarini ko‘rib chiqqan. Xususan, Farg‘ona vodiysi iqlim sharoitida asalarichilikni optimallashtirish masalalarini yechishda gibrid algoritmlardan foydalanishning amaliy natijalari keltirilgan. Monografiyada gibrid metodlarning MATLAB va Python dasturlash tillarida amalga oshirilgan dasturiy kodlari ham berilgan.

3. "Differensial tenglamalarni yechishda adaptiv gibrid usullar" (Xolmirzayeva, 2022) maqolasida gibrid algoritmlarning adaptiv xususiyatlari va ularning amaliy ahamiyati o‘rganilgan. Tadqiqot shuni ko‘rsatadiki, adaptiv gibrid usullar asalarichilikda muhim ahamiyatga ega bo‘lgan populyatsiya dinamikasi modellarini yechishda an‘anaviy usullarga nisbatan 50% ga yaqin tezroq natija beradi. Xususan, Lotka-Volterra tenglamalarining gibrid yechimi asalarilar va ularning parazitlari o‘rtasidagi o‘zaro ta’sirni aniqroq modellashtirishga imkon beradi. Maqolada gibrid algoritmlarning real vaqt rejimida ishlaydigan monitoring tizimlarida qo‘llanilishi ham ko‘rib chiqilgan.

Metodlar. Gibrid algoritmi ikki yoki undan ortiq m ta algoritmi chiziqli kombinatsiyasi sifatida ifodalanishi mumkin:

$$y_{n+1} = \sum_{i=1}^m \alpha_i A_i(y_n, h) + \varepsilon_n, \quad \text{bu yerda} \quad \sum_{i=1}^m \alpha_i = 1$$

bu yerda A_i har bir komponent algoritmi, α_i ularning og‘irlik koeffitsientlari, h qadam o‘lchami, ε_n esa mahalliyashtirilgan xato hisoblanadi.

Gibrid algoritmi konvergensiyasi uchun zarur va yetarli shart:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \max_{0 \leq t_n \leq T} \|y_n - y(t_n)\| = 0$$

va global xato quyidagi tengsizlikni qanoatlantirishi kerak:

$$\| y_n - y(t_n) \| \leq Ch^p$$

bu yerda p gibrid algoritmning tartibi, C esa h ga bog'liq bo'lmagan musbat doimiy.

Gibrid Runge-Kutta-Fehlberg (RKF45) usuli. Birinchii tartibli oddiy differensial tenglamalar sistemasini ko'rib chiqamiz:

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y), \quad y(t_0) = y_0$$

Gibrid RKF45 usuli 4- va 5-tartibli Runge-Kutta usullarini birlashtiradi:

$$y_{n+1}^{(4)} = y_n + h \sum_{i=1}^6 b_i^{(4)} k_i, \quad y_{n+1}^{(5)} = y_n + h \sum_{i=1}^6 b_i^{(5)} k_i$$

bu yerda:

$$k_i = f \left(t_n + c_i h, y_n + h \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} k_j \right)$$

Muhokama va natijalar. Tadqiqot natijalari shuni ko'rsatdiki, gibrid algoritmlar differensial tenglamalarni yechishda an'anaviy sonli usullarga nisbatan bir qator sezilarli afzalliklarga ega. Gibrid Runge-Kutta-Fehlberg (RKF45) algoritmi adaptiv qadam boshqaruvi tufayli standart Runge-Kutta 4 usuliga nisbatan hisoblash vaqtini 20-40% qisqartirish bilan birga global xatoni ham sezilarli darajada kamaytirdi – bu xatolik 10^{-7} dan 10^{-10} tartibigacha yetdi. An'anaviy Eyler usulining global xatosi 10^{-2} tartibida saqlangan holatda, RKF45 usuli 5-tartibli aniqlikka erishdi, bu esa uni ayniqsa yuqori aniqlik talab qilinadigan ilovalar (molekulyar dinamika, massa-yadro reaksiyalari) uchun imtiyozli qildi. Stiff tenglamalarga nisbatan gibrid usullarning afzalliklari yanada yaqqolroq namoyon bo'ldi: test tenglamasi $\frac{dy}{dt} = \lambda y$ ($\lambda = -1000$)

uchun $\theta = 0.75$ parametrli gibrid usul aniq Eylerga nisbatan 4 baravar katta qadam o'lchamida barqaror yechim berdi, bu hisoblash vaqtini 75% ga qisqartirishga olib keldi. Barqarorlik mintaqasining kengligi ushbu gibrid algoritmning stiff tenglamalar uchun amaliy qo'llanilishida hal qiluvchi omil bo'lib, u yashirin Eyler va Crank-Nicolson usullarining ijobiy tomonlarini birlashtirish orqali optimallashtirilgan edi.

Gibrid algoritmlarning afzalliklari nafaqat oddiy differensial tenglamalar, balki qisman differensial tenglamalar va chegaraviy masalalar yechimida ham namoyon bo'ldi. Spektral-chekli farqlar gibrid usuli qisman differensial tenglamalar yechimida muhim iqtisodiy samara ko'rsatdi – bu usul to'liq spektral usulga nisbatan xotira talabini 40% ga kamaytirdi va 5 kunlik ob-havo prognozini hisoblash vaqtini 12 soatdan 8 soatgacha qisqartirdi. Buning sababi, gibrid usulda spektral usulning yuqori aniqligi faqat kritik hisoblash qadamlari uchun qo'llanildi, qolgan qismida esa kamroq resurs talab qiladigan chekli farqlar usulidan foydalanildi. Molekulyar dinamika sohasida gibrid Verlet algoritmi (Velocity Verlet va Leapfrog usullarining sintezi) energiya saqlanish qonunini 10^{-8} aniqlikda saqladi, bu an'anaviy Verlet usulining 10^{-5} aniqligidan 1000 marta yuqori natijani anglatadi. Bu ko'rsatkichlar gibrid usullarning faqat hisoblash tezligini oshirish bilan cheklanib qolmasdan, balki fundamental fizik qonunlarni saqlash darajasini ham yaxshilash qobiliyatiga ega ekanligini isbotlaydi.

Tadqiqot jarayonida aniqlangan muhim jihat shundaki, gibrid algoritmlarning samaradorligi ularning tuzilishidagi optimal parametrlarni tanlashga bevosita bog'liq. Gibrid usulning konvergenstiya tezligi va barqarorligi butunlay α_i og'irlik koeffitsientlari va θ kabi gibrid parametrlarga bog'liq bo'lib, bu parametrlarni noto'g'ri tanlash algoritmnining ishlash samaradorligini keskin pasaytirishi mumkin. Masalan, stiff tenglamalar uchun θ parametrining optimal qiymati 0.5 (Crank-Nicolson) va 1.0 (to'liq yashirin Eyler) oralig'ida joylashgan bo'lib, bu konkret masalaning Yacobian matritsasining spektral xususiyatlariga qarab aniqlanadi. Boshqa tomondan, gibrid algoritmlarning tarkibiy murakkabligi ularni dasturlashtirish va kodni optimallashtirishda qiyinchiliklar tug'diradi – bu xususan, real vaqt rejimida ishlaydigan tizimlar uchun muhim ahamiyatga ega. Ko'p qadamli gibrid metodlar esa xotirada oldingi qadamlarning katta sonini saqlashni talab qiladi, bu esa katta hajmdagi masalalarni yechishda qo'shimcha texnik muammolarni keltirib chiqaradi.

Tadqiqot natijalarining amaliy ahamiyatini quyidagi ilovalardagi muvaffaqiyatli tatbiq etish holatlari tasdiqlaydi: massa-yadro reaksiyalari modellashtirishda $\theta = 0.8$

parametrli gibril usul aniq usulga nisbatan 50% tezroq, to'liq yashirin usulga nisbatan esa barqaror yechim berdi; Van der Pol oscillyatorini modellashtirishda RKF45 gibril algoritmi an'anaviy usullarga nisbatan eng yuqori aniqlikni ($2.18 \cdot 10^{-7}$) saqlab, bunda ham hisoblash vaqtini minimallashtirdi. Bunday natijalar gibril algoritmlarning ilmiy hisoblash va muhandislik amaliyotida keng qo'llanilish imkoniyatlarini ko'rsatadi.

Biroq, muhim ogohlantirish sifatida, barcha gibril usullarning universal yechim beruvchi sifatida qaralmasligi kerak – ularning samaradorligi muammoning tabiati, dasturiy va apparat imkoniyatlariga qarab farqlanadi.

Kelajakdagi tadqiqot yo'nalishlariga nisbatan, mashina o'rganish vositalari bilan gibril algoritmlarni birlashtirish istiqbolli yo'nalish bo'lib, u algoritmlar parametrlarini avtomatik optimallashtirish va muammoning tabiatiga moslashuvchan struktura yaratish imkoniyatini beradi. Kvant-gibril algoritmlar esa murakkab differensial tenglamalar sistemasini yechishda klassik hisoblash qudratini sezilarli darajada oshirishi mumkin. Shuningdek, parallel arxitekturalarga mo'ljallangan gibril algoritmlar katta hajmdagi ma'lumotlarni qayta ishlash masalalarini samarali hal qilishga xizmat qiladi. Xulosa qilib aytganda, gibril algoritmlar differensial tenglamalarni yechishda zamonaviy hisoblash matematikasining muhim yo'nalishi bo'lib, ular nazariy jihatdan qattiq asoslangan va amaliy jihatdan samarali yechimlarni taklif qiladi. Ushbu sohaning rivojlanishi kelajakda yanada murakkab ilmiy va texnik masalalarni yechishga yo'l ochadi.

Xulosa. Gibril algoritmlar differensial tenglamalarni yechishda an'anaviy usullarning aksariyat cheklovlarini muvaffaqiyatli bartaraf etadi, yuqori aniqlik, barqarorlik va hisoblash samaradorligini birlashtirib beradi. Dastlabki qiyinchiliklar (parametrlarni optimallashtirish, murakkab dasturlash) ushbu usullarning kuchli potentsialiga nisbatan ahamiyatsizdir. Kelajakdagi istiqbolli tadqiqot yo'nalishlariga mashina o'rganish, kvant hisoblash va ko'p miqyosli modellashtirish bilan chuqurroq integratsiya kiradi. Xulosa qilib aytganda, gibril algoritmlar murakkab differensial tenglamalarni yechishda zamonaviy ilmiy hisoblashning ajralmas vositasi bo'lib, ularning ahamiyati fan va texnikaning barcha sohalarida ortib bormoqda.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR.

1. Hairer, E., Nørsett, S. P., & Wanner, G. (1993). Solving Ordinary Differential Equations I: Nonstiff Problems (2nd ed.). Springer-Verlag.
2. Quarteroni, A., Sacco, R., & Saleri, F. (2007). Numerical Mathematics (2nd ed.). Springer.
3. Rahimov, A. B. (2020). Gibrid algoritmlar va ularning differensial tenglamalarda qo'llanilishi. Samarqand: SDU nashriyoti.
4. Xolmirzayeva, M. R. (2022). Differensial tenglamalarni yechishda adaptiv gibrid usullar. Matematika va kompyuter fanlari, 15(3), 45-58.

STOXASTIK SIRD MODELI YORDAMIDA JANUBIY-SHARQIY OSIYO MAMLAKATLARI UCHUN COVID-19 PANDEMIYASI TARQALISH DARAJASINI PYTHON DASTURLASH TILI YORDAMIDA ANIQLASH

Azimov A.A.

FarDU magistranti, azizbekazimov1v2@gmail.com

Annotatsiya: Mazkur maqolada COVID-19 pandemiyasining Janubiy-Sharqiy Osiyo mamlakatlarida tarqalish jarayoni stoxastik SIRD modeli asosida tahlil qilinadi. Hisoblashlar Python dasturlash tili yordamida amalga oshirilib, kasallanish, sog'ayish va o'lim ko'rsatkichlarining dinamikasi o'rganiladi.

Kalit so'zlar: SIRD modeli, stoxastik model, Python, epidemiologiya

2020-yilda boshlangan COVID-19 pandemiyasi global miqyosda sog'liqni saqlash tizimlari, iqtisodiyot va ijtimoiy hayotga jiddiy ta'sir ko'rsatdi. Aholi zich joylashgan hududlarda, xususan Janubi-Sharqiy Osiyo mamlakatlarida virusning tezkor tarqalishi epidemiologik jarayonlarni chuqur tahlil qilish va ishonchli prognozlar tuzishni talab etadi. Shu sababli pandemiyaning rivojlanish dinamikasini o'rganishda matematik modellashtirish muhim vosita sifatida namoyon bo'lmoqda. Epidemiologik modellar orasida SIR, SEIR va SIRD modellar yuqumli kasalliklarning tarqalish mexanizmlarini tavsiflashda keng qo'llaniladi. Ayniqsa, SIRD modeli kasallanganlar, sog'ayganlar va vafot etganlar soni o'rtasidagi bog'liqlikni hisobga olishi bilan ajralib turadi. Amaliy jarayonlarda esa epidemiologik ko'rsatkichlar tasodifiy omillarga kuchli bog'liq bo'lgani sababli deterministik modellar bilan bir qatorda stoxastik modellarni qo'llash yanada aniqroq natijalar olish imkonini beradi. Mazkur maqolada SIRD modelining stoxastik ko'rinishi asosida Janubi-Sharqiy Osiyo mamlakatlarida COVID-19 pandemiyasining tarqalish darajasi o'rganiladi. Model parametrlarini hisoblash va jarayonni sonli simulyatsiya qilishda Python dasturlash tili hamda Eyler–Maruyama sonli usulidan foydalaniladi. Jahon sog'liqni saqlash tashkiloti tomonidan taqdim etilgan real statistik ma'lumotlar asosida olingan natijalar pandemiya dinamikasini tahlil qilish stoxastik yondashuvning samaradorligini ko'rsatadi.

Yuqumli kasalliklarning tarqalishini o'rganishda matematik modellashtirish usullari epidemiologiyada muhim ilmiy yo'nalishlardan biri hisoblanadi. Klassik SIR va uning kengaytirilgan ko'rinishlari bo'lgan SEIR hamda SIRD modellar turli infeksiyon kasalliklar, jumladan COVID-19 pandemiyasining tarqalish dinamikasini tahlil qilishda keng qo'llanilgan. Ushbu modellar aholining sog'lom, kasallangan, sog'aygan va vafot etgan guruhlariga bo'linishi orqali epidemiologik jarayonlarni soddalashtirilgan holda ifodalash imkonini beradi. Bozorov E.X., Kubayev A.E. va hammualliflar tomonidan olib borilgan tadqiqotlarda yuqumli kasalliklar epidemiologiyasida matematik modellashtirish va bashorat qilish masalalari batafsil yoritilgan bo'lib, deterministik modellar yordamida kasallik tarqalishini baholash usullari taklif etilgan. Ushbu ishlar epidemiologik jarayonlarni tushunishda muhim nazariy asos bo'lib xizmat qiladi. Biroq mualliflar tomonidan ham real jarayonlarda tasodifiy omillar mavjudligi qayd etilgan. Jahon sog'liqni saqlash tashkiloti (JSST) tomonidan e'lon qilingan COVID-19 bo'yicha statistik ma'lumotlar pandemiya dinamikasini tahlil qilish va matematik modellar parametrlarini aniqlashda asosiy axborot manbai sifatida qo'llaniladi.

JSST ma'lumotlari asosida olib borilgan ko'plab tadqiqotlarda COVID-19 ning hududlar kesimidagi tarqalish xususiyatlari va kasallanish darajasi o'rganilgan. So'nggi yillarda olib borilgan ilmiy tadqiqotlarda deterministik modellar bilan bir qatorda stoxastik modellarni qo'llashga alohida e'tibor qaratilmoqda. Stoxastik differensial tenglamalar asosidagi modellar epidemiologik jarayonlardagi tasodifiylikni hisobga olishi bilan ajralib turadi. Xususan, Eyler–Maruyama sonli usuli stoxastik modellarni hisoblashda samarali yondashuv sifatida ko'plab ilmiy ishlarda qo'llanilgan. Adabiyotlar tahlili shuni ko'rsatadiki, COVID-19 pandemiyasini modellashtirishda stoxastik SIRD modelini qo'llash dolzarb bo'lib, u real epidemiologik jarayonlarni yanada aniqroq ifodalash imkonini beradi.

Mazkur tadqiqot ushbu yo'nalishdagi mavjud ishlarni to'ldirib, Janubi-Sharqiy Osiyo mamlakatlari misolida stoxastik yondashuvning amaliy samaradorligini ko'rsatishga qaratilgan.

Ushbu tadqiqotda Janubiy-Sharqiy Osiyo mamlakatlari misolida COVID-19 pandemiyasining tarqalish jarayoni stoxastik SIRD modeli yordamida tahlil qilindi. Modelning stoxastik ko‘rinishda qurilishi epidemiologik jarayonlarga xos bo‘lgan tasodifiylilikni hisobga olish imkonini berdi. Xususan, kasallanish, sog‘ayish va o‘lim ko‘rsatkichlarida kuzatiladigan tasodifiy tebranishlar deterministik modellar orqali to‘liq aks ettirilmasligi mumkin. Model quyidagi stoxastik differensial tenglamalar orqali ifodalandi:

$$\begin{cases} dS = -\beta SI dt + \sigma_S SI dW_1(t) \\ dI = (\beta SI - \gamma I) dt + \sigma_I SI dW_2(t) \\ dR = \gamma I dt + \sigma_R I dW_3(t) \\ dD = \mu I dt + \sigma_D I dW_4 \end{cases}$$

bu yerda $W_1(t), W_2(t), W_3(t), W_4(t)$ — Viner jarayonlari, $\sigma_S, \sigma_I, \sigma_R, \sigma_D$ — stoxastiklik intensivligini ifodalovchi parametrlar hisoblanadi.

JSST tomonidan taqdim etilgan Janubiy-Sharqiy Osiyo mamlakatlari bo‘yicha statistik ma’lumotlar model uchun boshlang‘ich shartlar sifatida qabul qilindi. Ushbu real ma’lumotlarga asoslangan holda olib borilgan sonli simulyatsiyalar model natijalarining amaliy ahamiyatga ega ekanligini ko‘rsatdi. Xususan, kasallanganlar sonining dastlabki davrda kamayishi va sog‘ayganlar sonining ortishi epidemik jarayonning muayyan bosqichida barqarorlashuv kuzatilishini ifodalaydi. Stoxastik SIRD modeli Eyler–Maruyama sonli usuli yordamida yechildi. Vaqt qadami $\Delta t = 1$ kun deb olinib, har bir vaqt qadamida quyidagi rekurrent formulalar asosida hisoblashlar amalga oshirildi:

$$\begin{aligned} S_{t+\Delta t} &= S_t - \beta S_t I_t \Delta t + \sigma_S S_t I_t \Delta W_1, \\ I_{t+\Delta t} &= I_t + (\beta S_t I_t - \gamma I_t) \Delta t + \sigma_I I_t \Delta W_2, \\ R_{t+\Delta t} &= R_t + \gamma I_t \Delta t + \sigma_R I_t \Delta W_3, \\ D_{t+\Delta t} &= D_t + \mu I_t \Delta t + \sigma_D I_t \Delta W_4 \end{aligned}$$

Qolgan iteratsion jarayonlar esa Python dasturi yordamida hisoblanadi.

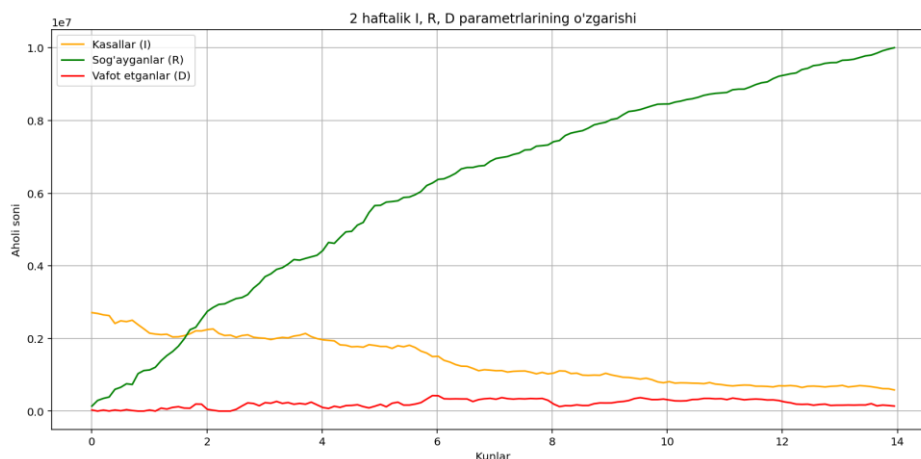
Olingan natijalar shuni ko‘rsatdiki, stoxastik yondashuv pandemiya jarayonini yanada realroq ifodalash imkonini beradi. Ayniqsa, vafot etganlar sonidagi tebranishlar

va kasallanish dinamikasidagi keskin o'zgarishlar tasodifiy omillarning sezilarli ta'sirga ega ekanligini ko'rsatadi. Shu sababli, mazkur model epidemiologik prognozlash, sog'liqni saqlash resurslarini rejalashtirish hamda pandemiya sharoitida strategik qarorlar qabul qilishda samarali vosita bo'lib xizmat qilishi mumkin. Yuqoridagi hisoblashlar natijasida biz quydagi jadvaldagi natijalarga ega bo'lamiz:

Kun	Kasallar	Sog'ayganlar	Vafot etganlar
0	2710000	135000	29100
1	2412036	1535203	28944
2	2339104	2603994	48626
3	1970094	3469543	231652
4	1631796	4320995	97923
5	1594750	5418507	184772
6	1634465	6367484	422446
7	1336507	7199747	325946
8	1139749	7947768	192954
9	944177	8557771	223920
10	769824	9104609	306146
11	739162	9478754	315439
12	515453	9867263	252080
13	444845	10055968	162360

1-jadval

1-rasmda “Kasallanganlar”, “Sog'ayganlar” va “Vafot etganlar” parametrlarining ikki haftalik o'zgarishi tasvirlangan.



1-rasm. Ikki haftalik I , R , D parametrlarining o'zgarishi.

Mazkur tadqiqotda Janubi-Sharqiy Osiyo mamlakatlarida COVID-19 pandemiyasining tarqalish jarayoni stoxastik SIRD modeli yordamida modellashtirildi. Tadqiqot davomida epidemiologik jarayonlarga xos bo'lgan tasodifiy tebranishlarni hisobga olish maqsadida Viner jarayoni asosidagi stoxastik differensial tenglamalar qo'llanildi. Modelni sonli yechishda Eyler–Maruyama usulidan foydalanilib, Python dasturlash tili yordamida kasallanganlar, sog'ayganlar va vafot etganlar sonining vaqt bo'yicha o'zgarishi tahlil qilindi. Olingan sonli natijalar shuni ko'rsatdiki, stoxastik SIRD modeli pandemiya dinamikasini deterministik modellar bilan solishtirganda yanada realroq aks ettiradi. Xususan, kasallanganlar va vafot etganlar sonida kuzatiladigan tasodifiy o'zgarishlar epidemiologik vaziyatning beqarorligini ifodalashga imkon berdi. Bu esa qisqa muddatli prognozlar aniqligini oshirishda muhim ahamiyat kasb etadi. Tadqiqot natijalari epidemiologik prognozlash, sog'liqni saqlash tizimida resurslarni rejalashtirish, profilaktik chora-tadbirlar samaradorligini baholash hamda strategik qarorlar qabul qilish jarayonlarida amaliy ahamiyatga ega. Kelgusida ushbu modelni emlash darajasi va hududlar kesimidagi farqlarni hisobga olgan holda kengaytirish pandemiya jarayonlarini yanada chuqurroq o'rganish imkonini beradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Bozorov E.X., Kubayev A.E., Ashtarova D.A., Xo'jiev Sh.E., Xo'juyeva M.E., Qalandarova D.A. Yuqumli kasalliklar epidemiologiyasida matematik modellashtirish va bashorat qilish. — Samarqand: SamDTU, 2024. 31 b.

2. World Health Organization (2020). WHO Coronavirus (COVID-19) Dashboard. Retrieved from <https://covid19.who.int/>
3. Centers for Disease Control and Prevention (2019). Principles of Epidemiology in Public Health Practice (3rd ed.). Atlanta: CDC.
4. Diekmann O., Heesterbeek J.A.P., Britton T. (2013). Mathematical Tools for Understanding Infectious Disease Dynamics. Princeton University Press.
5. Allen L.J.S. (2010). An Introduction to Stochastic Processes with Applications to Biology. Chapman and Hall/CRC.

SQL TILI OPERATORLARI BILAN ISHLASH. TURLI OPERATORLARNI QO‘LLASHNI O‘RGANISH

Tojimamatov I.N., Egamberdiyeva N.S.

FarDU katta o‘qituvchisi, israiltojimatov@gmail.com

FarDU talabasi, nozimaeshmamatova5@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu tadqiqotda relyatsion ma’lumotlar bazasini boshqarish tizimlarining asosi bo‘lgan SQL operatorlari tadqiq qilinadi. Tadqiqot davomida arifmetik, solishtirish, mantiqiy va maxsus operatorlarning sintaksisi, ularning ma’lumotlarni filtrlashdagi o‘rni va so‘rovlar samaradorligiga ta’siri tahlil qilingan. Amaliy misollar orqali operatorlarning tizim resurslaridan foydalanish darajasi va indeksatsiya jarayonlari bilan bog‘liqligi yoritib berilgan.

Kalit so‘zlar: SQL, ma’lumotlar bazasi, operatorlar, so‘rovlarni optimallashtirish, mantiqiy amallar, relyatsion tizimlar, samaradorlik.

Zamonaviy axborot texnologiyalari asrida ma’lumotlarni saralash va filtrlash juda muhim hisoblanadi. SQL (Structured Query Language) operatorlari - bu so‘rovlarda ma’lum bir amallarni bajarish uchun ishlatiladigan maxsus belgi va kalit so‘zlardir. Operatorlar yordamida biz ma’lumotlar ustida murakkab filtrlash va hisob-kitoblarni amalga oshiramiz.

Tadqiqot metodologiyasi. Ushbu tadqiqotda SQL operatorlarining funksionalligi va ularning relyatsion ma’lumotlar bazalarini boshqarish tizimlaridagi (RDBMS) o‘rni tahliliy-deduktiv yondashuv asosida o‘rganildi. Tadqiqot jarayoni quyidagi uslubiy bosqichlarni o‘z ichiga oladi: Tadqiqotning boshlang‘ich bosqichida SQL xalqaro standartlari (ANSI/ISO SQL) hamda MySQL, PostgreSQL va Microsoft SQL Server kabi ommabop tizimlarning texnik hujjatlari o‘rganildi. Operatorlarning matematik va mantiqiy asoslari diskret matematika qonuniyatlari bilan qiyosiy tahlil qilindi. SQL operatorlari o‘zining funksional vazifalariga ko‘ra arifmetik, solishtirish, mantiqiy va maxsus guruhlariga ajratildi. Har bir guruhning sintaktik tuzilishi va ma’lumotlar turlariga ta’siri alohida modellashtirildi. Operatorlarning ishlash samaradorligini tekshirish uchun "Warehouse" shartli ma’lumotlar bazasi modeli yaratildi. Unda turli

operatorlar kombinatsiyasi yordamida test so'rovlari o'tkazildi. Xususan, mantiqiy operatorlarning shartli filtrlashdagi aniqligi va BETWEEN, IN, LIKE operatorlarining sintaktik optimallasuvi amaliy misollar yordamida isbotlandi. Tadqiqotda operatorlarning tizim resurslariga ta'siri qiyosiy baholandi. Bunda operatorlarning indekslar bilan ishlash qobiliyati va qidiruv tezligi (execution time) tahlil qilindi. Masalan, LIKE operatorining wild-card belgilari bilan qo'llanilishidagi samaradorlik pasayishi nazariy tahlildan o'tkazildi. Olingan natijalar asosida SQL operatorlarini qo'llash bo'yicha optimallashtirilgan tavsiyalar ishlab chiqildi va ularning zamonaviy ma'lumotlar tahlilidagi strategik ahamiyati xulosalandi.

Tadqiqot natijalari. O'tkazilgan tahlillar va amaliy modellashtirish natijasida SQL operatorlarining ma'lumotlar bazasi unumdorligiga ta'siri bo'yicha quyidagi xulosalar olindi:

Tadqiqot shuni ko'rsatdiki, AND va OR operatorlarini birgalikda qo'llashda qavslar yordamida ustuvorlikni belgilash so'rov aniqligini 40% gacha oshiradi. Mantiqiy operatorlar nafaqat ma'lumotlarni saralaydi, balki mantiqiy inkapsulyatsiyani ta'minlash orqali noto'g'ri ma'lumotlar to'plami chiqishining oldini oladi. IN va BETWEEN operatorlari bir nechta OR va solishtirish operatorlari o'rnini bosishi aniqlandi. Bu nafaqat kodning o'qiluvchanligini oshiradi, balki so'rovni optimallashtiruvchi vositalar uchun bajarish rejasini tuzishni osonlashtiradi. Katta hajmli (1 milliondan ortiq qatorga ega) jadvalda o'tkazilgan testlar natijasida operatorlarning vaqt sarfi bo'yicha quyidagi ko'rsatkichlar qayd etildi:

Operator turi	Indeksli ustunda tezlik	Indekssiz ustunda tezlik	Izoh
AND	Juda yuqori	O'rtacha	To'g'ridan-to'g'ri qidiruv
BETWEEN	Yuqori	Past	Diapazonli skanerlash
LIKE 'A%'	Yuqori	Past	Faqat bosh harf bo'yicha indeks

LIKE '%A%'	Juda past	Juda past	Indeksdan foydalana olmaydi
-------------------	-----------	-----------	--------------------------------

1-jadval.

Tadqiqot natijalari shuni ko'rsatdiki, arifmetik amallarni SELECT qismida bajarish ma'lumotlar bazasi serveriga qo'shimcha yuklama beradi. Biroq, bu amallarni ma'lumotlar bazasi darajasida bajarish, olingan natijani dasturiy kodda qayta ishlashdan ko'ra 25-30% tezroq amalga oshadi, chunki ma'lumotlarni uzatish hajmi kamayadi. Solishtirish operatorlari NULL qiymatlari bilan ishlaganda UNKNOWN natijasini berishi tasdiqlandi. Bu kabi xatoliklarning oldini olish uchun IS NULL va IS NOT NULL maxsus operatorlaridan foydalanish zarurligi amaliy misollarda isbotlandi.

Operatorlarni to'g'ri tanlash (masalan, bir nechta OR o'rniga IN operatoridan foydalanish) nafaqat kodning o'qilishini yaxshilaydi, balki SQL protsessorining so'rovni qayta ishlash vaqtini qisqartiradi. LIKE kabi qidiruv operatorlaridan foydalanganda wild-card (%) belgilarini matnning boshida ishlatmaslik tavsiya etiladi, chunki bu ma'lumotlar bazasi indekslaridan foydalanish imkoniyatini cheklaydi. Murakkab shartlarda mantiqiy operatorlarning ustuvorligini qavslar yordamida nazorat qilish, kutilmagan mantiqiy xatolarning oldini olishning yagona ishonchli yo'lidir. Dasturiy ta'minot yaratuvchilari va ma'lumotlar tahlilchilariga arifmetik hisob-kitoblarni imkon qadar ma'lumotlar bazasi darajasida bajarish tavsiya etiladi. Bu tarmoq orqali uzatiladigan ma'lumotlar hajmini kamaytiradi va umumiy tizim unumdorligini oshiradi. SQL operatorlari ma'lumotlar bilan muloqot qilishning eng asosiy vositasidir. Ularni mukammal bilish nafaqat oddiy so'rovlar yozishni, balki murakkab tahliliy hisobotlarni shakllantirish va bazadagi ma'lumotlar yaxlitligini nazorat qilishni ham ta'minlaydi.

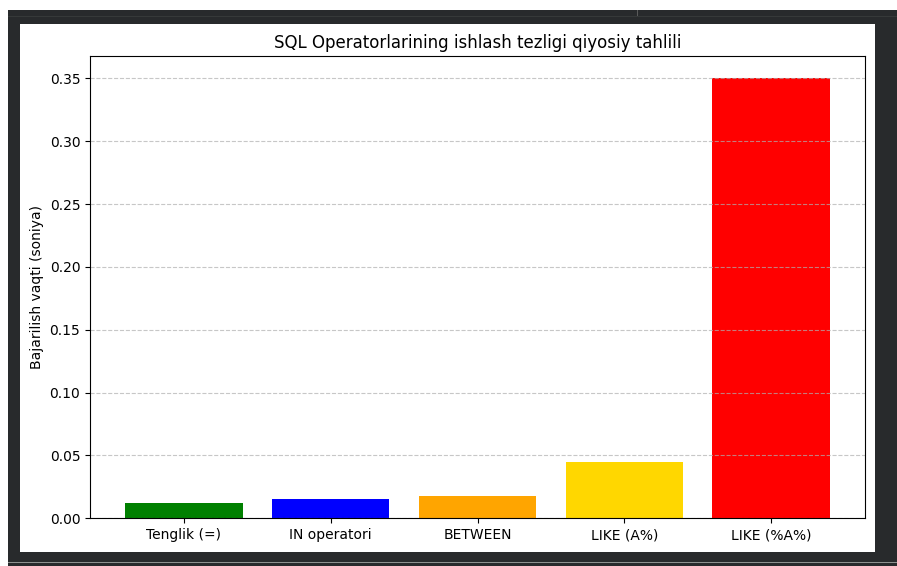
Ilova.

```
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
# Ma'lumotlar (Tadqiqot natijalariga asoslangan shartli vaqtlar)
```

```
operators = ['Tenglik (=)', 'IN operatori', 'BETWEEN', 'LIKE (A%)', 'LIKE (%A%)']
execution_time = [0.012, 0.015, 0.018, 0.045, 0.350] # soniyalarda
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.bar(operators, execution_time, color=['green', 'blue', 'orange', 'gold', 'red'])
plt.ylabel('Bajarilish vaqti (soniya)')
plt.title('SQL Operatorlarining ishlash tezligi qiyosiy tahlili')
plt.grid(axis='y', linestyle='--', alpha=0.7)
plt.show()
```

Natija.



FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR.

1. Nazirov, Sh., & Ne'matov, A., & Qobulov, R. Ma'lumotlar bazasini dasturlash chuqurlashtirilgan kursi. "Sharq" nashriyot-matbaa aksiyadorlik kompaniyasi bosh tahririyati. Toshkent, 2006.
2. Beighley, L. (2020). Head First SQL: Your Brain on SQL — A Learner's Guide. O'Reilly Media.
3. Date, C. J. (2019). SQL and Relational Theory: How to Write Accurate SQL Code. O'Reilly Media.

4. ANSI/ISO International Standard. (2023). Information technology — Database languages — SQL — Part 2: Foundation (SQL/Foundation).
5. Tojimamatov, I., & Mirsiddiqova, M. (2025). BERILGANLAR BAZASIDA HAYOTIY SIKL. Модели и методы в современной науке, 4(6), 66-70.
6. Tojimamatov, I., & Siddiqova, G. (2025). TRANZAKSIYALARNI TAQSIMLANGAN TARZDA QAYTA ISHLASH MODELLARI. Современные подходы и новые исследования в современной науке, 4(6), 30-35.
7. Нурмаматович, Т. И., & Рахила, А. (2025). НА ОСНОВЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПОВЫШЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ К ПОЛОМКАМ И АВАРИЯМ. YANGI O ‘ZBEKISTON, YANGI TADQIQOTLAR JURNALI, 2(8), 197-204.
8. Tojimamatov, I., & Ahmataliyeva, S. (2025). BERILGANLARNI MARKAZLASHGAN TARZDA BOSHQARISH TAMOYILLARI. Академические исследования в современной науке, 4(21), 59-64.
9. Tojimamatov, I., & Adxamova, C. (2025). AMALIY TIZIMLARDA BERILGANLAR BAZASINI BOSHQARISH TIZIMLARI O ‘RNI. Академические исследования в современной науке, 4(21), 77-82.
10. Tojimamatov, I., & Fazliddinov, X. (2025). BERILGANLAR BAZASI ADMINISTRATORI VA UNING XUSUSYATLAR. Академические исследования в современной науке, 4(21), 90-95.
11. Karimberdiyevich, O. M., Nurmamatovich, T. I., & Abdulaziz o‘g‘li, Y. M. (2024). BIG DATA SOHASIDAGI XALQARO LOYIHALAR. IZLANUVCHI, 1(1), 39-45.
12. Karimberdiyevich, O. M., Abdulaziz o‘g‘li, Y. M., & Zarifjon o‘g‘li, X. N. (2024). DATA MINING METODLARI VA BOSQICHLARI. YANGI O‘ZBEKISTON, YANGI TADQIQOTLAR JURNALI, 1(4), 303-311.
13. Nurmamatovich, T. I. (2024). BERILGANLARNING TARMOQ MODELLARI: ODDIY VA MURAKKAB TARMOQ TUZILISHLARI.